Tuzson Zoltán

Gondolkozz logikusan!

250 logikai feladvány megfejtéssel

Ábel Kiadó

Borítóterv
Tuzson Berczeli Péter

Szakmai és nyelvi lektor
Szikszai Ildikó

Szerkesztés és számítógépes tördelés
Szikszai Attila

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
Tuzson, Zoltán
Gondolkozz logikusan! / Tuzson Zoltán. - Cluj-Napoca : Editura Abel, 2014
Bibliogr.
ISBN 978-973-114-185-5

51(076)

Ábel Kiadó
400304 Cluj-Napoca, str. E. Grigorescu nr. 35
tel./fax: 0264-420 001
abelkiado@yahoo.com
www.abelkiado.ro

Előszó

A könyv 250 logikai feladványt tartalmaz. A logikai feladványok között vannak IQ-teszt típusú, Mensa-teszt típusú, matematikai típusú feladványok, illetve olyan feladványok, amelyek nem tartoznak a felsorolt feladattípusok egyikéhez sem.

A feladványok tartalmuk tekintetében rendkívül változatosak, nincs két egyforma ötletre épülő feladat. A stílusok között felfedezhetjük a számrejtvényeket, a betűrejtvényeket, az alakzatrejtvényeket, a kakukktojás rejtvényeket, a folytatás- vagy kiegészítés típusú rejtvényeket, logikai táblázatos rejtvényeket, szöveges feladatokat, a népszerű gyufarejtvényeket, feldarabolási és átdarabolási feladványokat, különféle egyenleteken alapuló feladványokat, geometriai tartalmú feladványokat is.

A könyvben a feladványok nincsenek nehézségi sorrendbe állítva, váltakozva követik egymást a különböző fajtájú feladványok. Itt jegyezzük meg, hogy a nehéz, illetve könnyű feladványjelzők teljesen szubjektívek. A feladványok a gyűjtött információ és tapasztalat alapján folyamatosan átértékelődnek, nehézből gyakran könnyűvé válnak főleg, miután sikerült azt megfejtenünk.

A feladványok nem épülnek egymásra, bármilyen sorrendben megfejthetők. Így a feladványok megfejtése nem feltételezi a könyv folyamatos olvasását sem. A feladványok megfejtése nem igényel felsőbb matematikai ismereteket, elégségesek az iskolában elsajátított alapismeretek. Az alapismeretek mellett viszont szükség lehet kreatív gondolkodásra, sok-sok türelemre és kitartásra, és nem utolsó sorban „józan észre", logikus gondolkodásra.

A megoldás során a feladványok egy részére spontán módon megadhatjuk a megfejtést, más részüknél célszerű papírt és ceruzát ragadni, és türelemmel utánajárni a megfejtésnek.

A feladványokhoz minden esetben részletes megfejtés található, így ha az Olvasó nem jött rá egy feladvány megoldására és feladja, akkor pusztán a megfejtés elolvasása is nagyon tanulságos lehet. Érdemes részletesen áttanulmányozni a megfejtést, mert mindenképpen gyarapítani fogják az Olvasó ismereteit, és fejleszteni fogják logikai jártasságát is.

A szerző az anyag összeállítása során, a könyv végén található forrásanyagot használta fel és dolgozta át, ugyanakkor felhasználta saját alkotásait is. Hosszú éveken át gyűjtötte, rendszerezte, átdolgozta, kiegészítette, csiszolta és alkotta ezeket.

A könyvet felsős és középiskolás diákoknak, valamint felnőtteknek ajánljuk: hasznos lehet minden 9 és 99 év közötti Olvasónak, aki szívesen kalandozik a logikai feladványok csodálatos, érdekes világában. Minden érdeklődő talál majd a könyvben valami újat, érdekeset, tanulságosat, ötleteset.

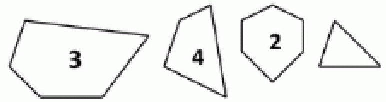
Reméljük, hogy sokaknak szerzünk ezzel a könyvvel örömet. Hasznos és kellemes, tanulságos és egyben szórakoztató időtöltést kívánunk minden kedves Olvasónknak!

A Szerző

A könyv tartalmával, a feladványokkal kapcsolatos bármilyen megjegyzést, észrevételt, ötletet és javaslatot szívesen fogad a szerző ezen az elektronikus postacímen: *tuzo60@gmail.com*.

1. feladvány

Milyen számot írnál az üres háromszögbe? Miért?



2. feladvány

Figyeld meg a következő egyenlőségeket. Mit írnál a kérdőjel helyére?

□ △ ▽ = **10**   ⬠ ■ ▭ = **5**

▯ △ ▲ = **4**   ▯ ▭ ⬠ = **13**

□ ▫ ▼ = **?**

3. feladvány

Az angol ábécé 26 nagy nyomtatott betűjét 5 csoportba soroltuk:

1. csoport: A, M, T, U, V, W, Y

2. csoport: B, C, D, E, K

3. csoport: N, S, Z

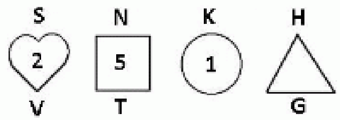
4. csoport: H, I, O, X

5. csoport: F, G, J, L, P, Q, R

Milyen szempontok szerint írtuk a betűket az illető csoportokba?

4. feladvány

Egészítsd ki a megfelelő betűvel, illetve számmal az alábbi ábra jeleit.



5. feladvány

Hogyan tudnád a legkönnyebben memorizálni (észben tartani) a következő szavakat:

MAVANASZAVANA, VANASZAVANAMA, NASZAVANAMAVA,
SZAVANAMAVANA, VANAMAVANASZA, NAMAVANASZAVA?

6. feladvány

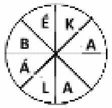
Egyetlen szakasz hozzáírásával tedd igazzá következő állítást:

$$5 + 5 + 5 = 550.$$

(Az egyenlőségjelet nem szabad áthúznod, sem egyenlőtlenség jelre kijavítanod!)

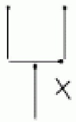
7. feladvány

Ha az üres körcikkbe egy megfelelő betűt írsz, valamelyik betűtől elindulva, körkörösen haladva, egy értelmes szót olvashatsz ki. Melyik betűt írnád az üres körcikkbe?



8. feladvány

A négy gyufaszálból kirakott szemétlapát mellett szemetet látsz. Hogyan tudod két gyufaszál elmozdításával elérni, hogy a szemét a lapát belsejébe kerüljön?

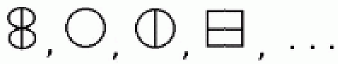


9. feladvány

Egy jól meghatározott szempont alapján az 1, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 20,... számsor végére pontosan egy szám talál. Melyik ez a szám? Indokold meg a válaszodat!

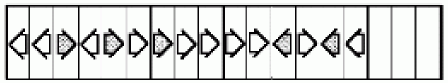
10. feladvány

Valamilyen logikai szabályt felismerve rajzold le az alábbi sorozatot következő két tagját.



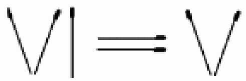
11. feladvány

Figyeld meg a következő film kockáit, és töltsd ki a megfelelő nyilakkal az utolsó három sávot:



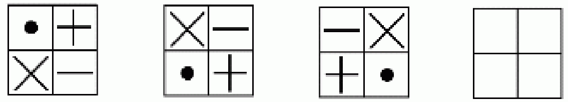
12. feladvány

Két gyufaszál elmozdításával tedd igazzá a kijelentést! Keress minél több megoldást!



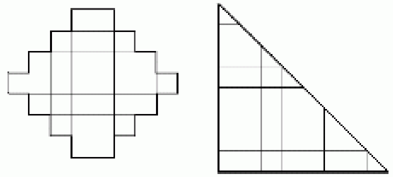
13. feladvány

Figyeld meg a négyzetekbe írt jeleket, és írd be a megfelelő jeleket az utolsó rajz üres mezőibe!



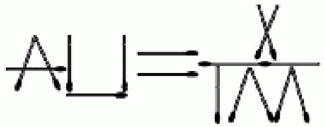
14. feladvány

Két vágással darabold fel az első alakzatot úgy, hogy a darabokból kirakhasd a második alakzatot!



15. feladvány

Helyezz át 3 gyufaszálat úgy, hogy az egyenlőség igaz legyen.

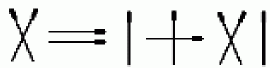
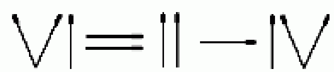


16. feladvány

Matematikai jelek használatával tedd igazzá a 44 + 55 = 38 hamis állítást! (Az egyenlőségjelet nem szabad áthúznod, sem egyenlőtlenséggé alakítanod!)

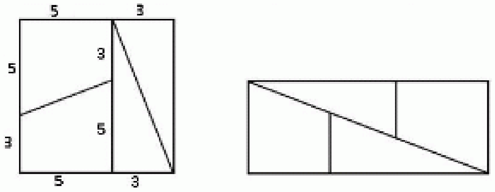
17. feladvány

Egyetlen gyufaszál megmozdítása nélkül is igaz lehet a következő két állítás mindegyike. Hogyan lehet ez?

(1)  (2) 

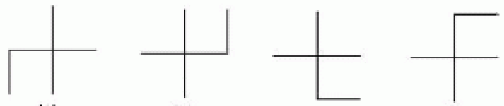
18. feladvány

Az ábrán látható négyzetet a megjelölt módon daraboltuk fel. A kapott négy darabból hézagmentesen és fedés nélkül kirakható-e a rajzon látható téglalap? Indokold a válaszodat!



19. feladvány

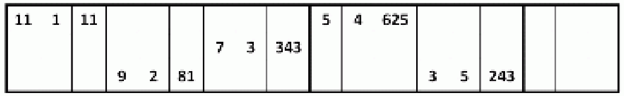
Melyik alakzat nem illik a sorba? Miért?



(1) (2) (3) (4)

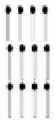
20. feladvány

Töltsd ki a megfelelő számokkal az utolsó „filmkocka" megfelelő mezőit!



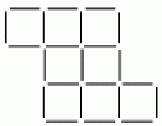
21. feladvány

Rendezd át az ábrán látható 12 gyufaszálat úgy, hogy mindhárom sorban öt-öt legyen!



22. feladvány

Az ábrán 23 gyufaszálból kirakott alakzatban 10 négyzet látható. Vegyél el 4 gyufaszálat úgy, hogy az ábrán egyetlen négyzet se maradjon!

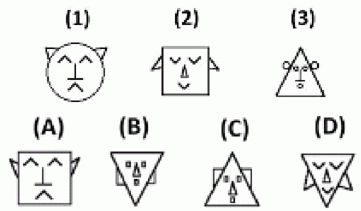


23. feladvány

Hogyan lehet a kilencet két egyenlő, egész részre osztani? Keress több megoldást is!

24. feladvány

Az (A), (B), (C) és (D) alakzatok közül melyik illik az (1), (2) és (3) alakzatok után? Indokold a válaszodat!



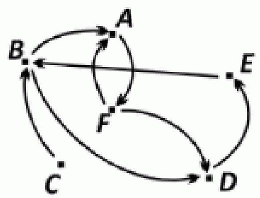
25. feladvány

Milyen számot írnál a kérdőjel helyére? Miért?

$$a_4 = 61,\ a_5 = 52,\ a_7 = 94,\ a_6 = ?$$

26. feladvány

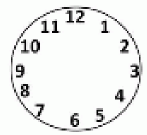
Hogyan helyeznéd el az *óra, ablak, kutya, ló, dió, asztal* szavakat az alábbi nyíldiagram (irányított gráf) *A–F* csúcspontjaiban?



Indokold a válaszod!

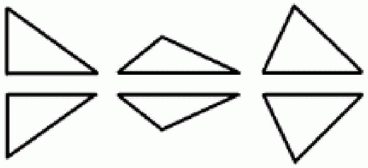
27. feladvány

Oszd fel a mellékelt óra számlapját 4 részre úgy, hogy a számok összege mindegyik részben pontosan 15 legyen!



28. feladvány

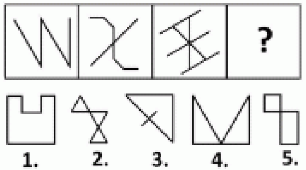
Az alábbi ábrákon rendre két-két kongruens (egybevágó) derékszögű, tompaszögű, illetve hegyesszögű háromszög látható. Észrevehető, hogy egyik esetben sem tudjuk csupán csúsztatással és elforgatással az egyik háromszöget a másikkal fedésbe hozni (csak ha úgymond „kiemeljük a síkból, és megfordítjuk").



Minden esetben daraboljuk fel az egyik háromszöget úgy, hogy ezúttal a fedés – a kapott darabokból – csak csúsztatással és elforgatással legyen kivitelezhető!

29. feladvány

Az öt számozott ábra közül melyik illik az üres négyzetbe? Miért?



30. feladvány

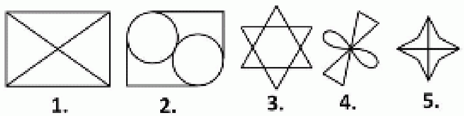
Jól meghatározott szempontok alapján a következő 16 szó 4 csoportba sorolható úgy, hogy mindegyik csoportba pontosan 4 szó kerül.

MOZI, GÖRÖG, TŰZ, MEREM, KELLÉK, FAL, RÖPPEN, NYÚL, UTAS, TALÁLAT, LÚD, KEREK, VARRAT, TEREM, KERÉK, DOBBAN.

Keresd meg mind a négy csoport tagjait! Indokold a megoldást!

31. feladvány

Melyik ábra nem illik a sorba? Miért?



32. feladvány

Hogyan rakható ki:

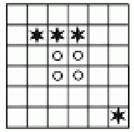
a) 11 gyufaszálból 11 darab négyzet;

b) 6 gyufaszálból 6 darab, egymással kongruens (egybevágó) szabályos háromszög;

c) 6 gyufaszálból 8 darab szabályos háromszög? Keress több megoldást is!

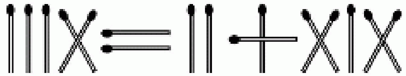
33. feladvány

Darabold fel a mellékelt ábrán látható négyzetet 4 azonos alakú és méretű darabra úgy, hogy mindegyiken belül 1 kör és 1 csillag legyen!



34. feladvány

Egyetlen gyufaszál elmozdításával tedd igazzá a kijelentést! (Az egyenlőségjelet áthúzni, vagy egyenlőtlenségjellé átalakítani nem szabad.)



35. feladvány

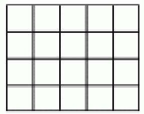
Mit írnál a kérdőjel helyére?

$1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 25$, $2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = 121$, $3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1 = 361$, ..., $2012 \times 2013 \times 2014 \times 2015 + 1 = ?$

Próbáld mellékszámolások nélkül odaírni!

36. feladvány

Darabold fel a vonalak mentén az ábrán látható 4 x 5-ös téglalapot négy, azonos alakú (egymást fedő) darabra! Keress minél több megoldást!

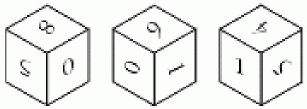


37. feladvány

Sári néni 4 fasírtot akar kisütni, azonban a serpenyőjébe egyszerre csak három fasírt fér bele. Egy fasírt egyik oldala 5 perc alatt, másik oldala is 5 perc alatt sül meg. A fasírtok szétvágása nélkül meg lehet-e sütni mind a négy fasírtot 20 percnél kevesebb idő alatt? Mennyi ez az idő?

38. feladvány

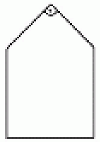
A kocka lapjai 0, 1, 4, 5, 6, 8 számokkal vannak jelölve. A rajzon a kockát három különböző helyzetben látod.



Meg tudnád-e állapítani, hogy mindhárom helyzetben milyen szám van a kocka nem látható lapjain?

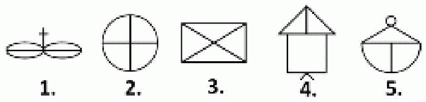
39. feladvány

A mellékelt ábrán egy olyan ötszög látható, amely egy négyzet és egy egyenlő szárú derékszögű háromszög összeillesztéséből keletkezett. Daraboljuk fel az ötszöget úgy, hogy a kapott darabok hézagmentes, fedés nélküli összeillesztésével egy egyenlőszárú derékszögű háromszöget kapjunk!



40. feladvány

Melyik ábra nem illik a sorba? Miért?



41. feladvány

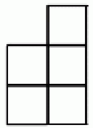
A páratlan számokat a következőképpen csoportosítottuk:

(1); (3, 5); (7, 9, 11); (13, 15, 17, 19); ...

Mennyi a 100. csoportba írt számok összege?

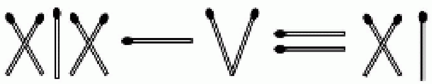
42. feladvány

Hogyan lehet a mellékelt ábrán látható öt négyzetet két, egyenes vágással három darabra vágni úgy, hogy ezen darabok maradéktalan felhasználásával egyetlen négyzetet rakhassunk ki?



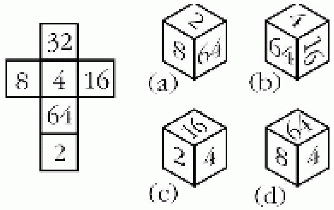
43. feladvány

Két gyufaszál mozdításával tedd igazzá a következő egyenlőséget!



44. feladvány

Melyik kocka lefejtetését látjuk az alábbi ábrán? Indokold a válaszod!



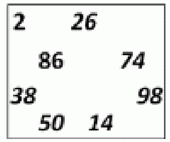
45. feladvány

Vágd szét a táblázatot 4 egymást fedő (egybevágó) részre úgy, hogy a számok összege minden részben 34 legyen!

1	9	16	7	12	5	4	11
8	15	10	2	13	6	3	14

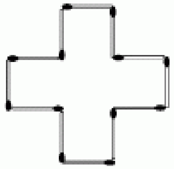
46. feladvány

Figyeld meg a mellékelt keretben elhelyezett számokat. Szerinted melyik szám maradt ki? Indokold a válaszodat!



47. feladvány

12 gyufaszálból olyan keresztet alkottunk, amelynek a területe 5 gyufanégyzetből áll (lásd az ábrát). A 12 gyufaszál maradéktalan és fedés nélküli felhasználásával kialakítunk-e olyan síkidomot (alakzatot), amelynek a területe csak 4 gyufanégyzet?

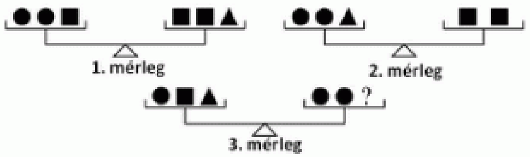


48. feladvány

Egy teljesen homogén acélrúd tömege 40 kg. Hogyan tudjuk a lehető legkevesebb darabra vágni úgy, hogy kétkarú mérlegen megmérhessünk bármely 1 kg és 40 kg közötti (egész kilónyi) mennyiséget?

49. feladvány

A mellékelt ábrán látható, hogy az 1. mérleg és a 2. mérleg egyensúlyban van. Milyen alakzatot kell a kérdőjel helyére tenni, hogy a 3. mérleg is egyensúlyban legyen? (Az egyes alakzatokat nem szabad feldarabolni!)



50. feladvány

Egészítsük ki a mellékelt négyzet üres négyzeteit az 1, 2, 3, 4, 5 számok valamelyikével úgy, hogy sem az egyes sorokban, sem az egyes oszlopokban, sem az átlókon nem fordulhat elő többször ugyanaz a szám!

4	5	1	2	3
2	3	4	5	1

51. feladvány

Egy iskolában a fizikatanár Jancsi kezébe adott egy teljesen szabálytalan alakú fémlemezt, amit az udvaron heverő nagyobb fémlemezből vágott ki. Arra kérte Jancsit, hogy számítsa ki ennek a fémlemezlapnak a területét. Jancsi egy darabig meghökkenve állt – hiszen ilyen szabálytalan alakzatra nincs is területszámítási képlet –, aztán kiszaladt az osztályból, és kis idő múlva visszatért az eredménnyel: megmondta a lemezdarab pontos területét. Hogyan tehette ezt?

52. feladvány

Egy páncélszekrény ajtaját kell kinyitnod, amelyen a mellékelt ábrán látható, 25 gombból álló zárószerkezet van. Ez csak akkor nyílik, ha a megfelelő sorrendben, minden gombot pontosan egyszer nyomsz meg. Mindegyik gomb a következő lépés számát és irányát jelzi (B = balra, J = jobbra, L = le, F = fel), a számolásnál az „indulási" gombot nem kell beleszámolni. Utoljára a • jelű gombot kell megnyomnod.

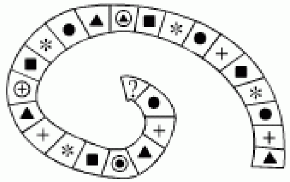
Melyik gombot kell legelőször megnyomni?

3J	4L	2B	2B	2L
3J	3J	3L	2B	2L
1J	1L	•	3B	2B
2F	1B	3F	1F	2B
4J	1B	1J	1F	4F

53. feladvány

A mellékelt ábrán látható kígyó mintázata jól meghatározott sorrendet követ. Figyeld meg az alakzatok sorrendjét.

Melyik alakzatot kell a kérdőjel helyére rajzolni?

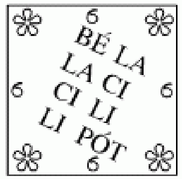


54. feladvány

Egy teremben, egymás mellett tíz, teljesen egyforma, egyenként 6 g-os pénzérméket készítő gép található. Egy napon az egyik gép elromlott, és pontosan 1 grammal nehezebb pénzérméket nyomott. Hogyan lehet egyetlen méréssel megtudni, hogy melyik gép romlott el, ha rendelkezésünkre áll egy olyan mérleg, amellyel tetszőleges nagyságú tömeg pontosan megmérhető, továbbá, bármelyik géptől tetszőleges számú pénzérmét használhatunk?

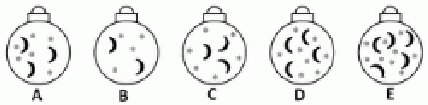
55. feladvány

Béla, Laci, Cili és Lipót ikertestvérek, így egyszerre ünneplik a születésnapjukat. Ezen alkalommal, a mellékelt ábrán látható tortát kapták. Az volt a kérésük, hogy úgy osszák el a tortát 4 részre, hogy mindegyikük ugyanakkora és ugyanolyan alakú tortaszeletet kapjon, ugyanazon a díszítő elemekkel! Lehetséges-e teljesíteni kérésüket úgy, hogy még a nevük is rajta legyen a tortaszeleteken?



56. feladvány

Anyuka karácsonyi díszeket vásárolt.



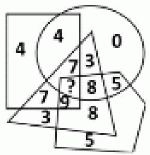
Amikor hazaért, észrevette, hogy az 5 dísz nem kellett volna ugyanabba a csomagba kerüljön, mert az egyik nem talál a többivel. Melyik a „kakukktojás"? Indokold meg a válaszodat!

57. feladvány

Renáta nagynéni, olyan szilveszteri bulit szervezett, amelyre meghívott: egy nagytatát, egy nagymamát, 4 anyát, 2 apát, 4 fiút, 4 leányt, 1 fiútestvért, 3 leánytestvért, 3 fiú unokatestvért, 1 leány unokatestvért, a nagyapának 3 fiú és 1 leány unokáját, 3 nagynénit, 1 nagybácsit és a nagynénik és a nagybácsik 3 fiú unokáját és 1 leány unokáját. Amikor asztalhoz kellett üljenek, meglepődve vette észre, hogy mindnyájan elférnek, pontosan 11 széken, anélkül, hogy valakit is ölbe kellene venni. Hogy lehet ez?

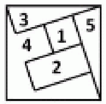
58. feladvány

Figyeld meg az ábrán látható alakzatokat. Keress valamilyen összefüggést az alakzatok és a beírt számok között. Így könnyen eldöntheted, hogy milyen számot kell a kérdőjel helyére. Indokold is meg a válaszodat!

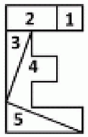


59. feladvány

Egy reklámkészítő bádogosműhelyben négyzet alakú fémlemezből különféle betűket készítenek, természetesen minimális anyagveszteséggel. Az egyik ügyfélnek az (A) négyzetlapból, 5 darabból előállították az „E" betűt (B). Az ügyfél azonban nem volt ezzel megelégedve, azt állította, hogy az (*A*) négyzetlap maradéktalan felhasználásával, csupán 4 darabból is előállítható az „*E*" betű. Igaza volt-e az ügyfélnek?



(A)



(B)

60. feladvány

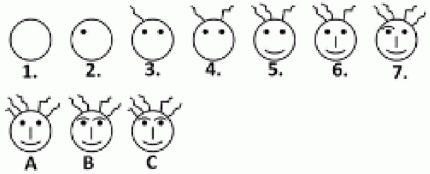
Jancsi és Juliska édesapja szomorúan bandukolt haza, ugyanis mindössze 2 tojást tudott vásárolni. Ahogy szomorúan, elgondolkozva bandukolt, eltévesztette az utat, és egy olyan régi fahídhoz ért, amelyre ki volt írva, hogy 70 kg-nál nagyobb tömeget nem bír el. Elgondolkozott a jó öreg:

– Én pontosan 69,95 kg tömegű vagyok, a tojások tömege egyenként 50 g. Még ezt a két tojást sem tudom épségben hazavinni gyermekeimnek – búslakodott az apa.

Azonban hirtelen mentő ötlete támadt, és épen hazavitte a 2 tojást, anélkül, hogy a híd leszakadt volna, pontosan egyszer haladt át a hídon, és senki sem segített neki. Vajon hogyan tette ezt?

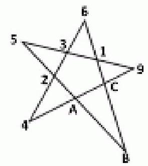
61. feladvány

Az A, B, C ábrák melyikével folytatnád az 1–7. ábrasort? Indokold meg a válaszodat!



62. feladvány

Figyeld meg a csillag egyes részeinél elhelyezkedő számokat, majd próbáld megállapítani, hogy milyen számok találnak az A, B, C betűk helyére. Indokold meg a válaszodat!



63. feladvány

Nőnapra Pistike, a mellékelt ábrán látható dobozos csokoládét vásárolta a család nőtagjai számára. Az ábrán látható számok az egyes sorokban, illetve oszlopokban található csokoládék árának összegét jelzik. Mennyibe került az egész doboz csokoládé?

□	○	○	□	36
△	○	□	△	
♠	♠	♠	♠	
△	○	□	○	32
30		32		

64. feladvány

Egy aranyhímző asszony 20 tanulólányt fogadott magához. A lányokat, az ábrán látható módon 8 szobában helyezte el. Az asszony este körbejárta a házat, és ellenőrizte, hogy minden oldalon 7-7 lány alszik-e. Nőnapra a lányokhoz 4 lány jött vendégségbe, elbeszélgették az időt, ezért a vendégek is ott maradtak éjszakára. Így 24-en voltak, mégis el tudtak helyezkedni úgy a szobákban, hogy este az asszony a házat körbejárva, minden oldalon 7-7 lányt számolt a szobákban. Másnap 4 tanulólány elkísérte 4 barátnőjét, ám éjjelre nem értek vissza. A 16 lány mégis meg tudta oldani azt, hogy este az asszony a ház minden oldalán 7 lányt talált a szobákban (pedig a lányok nem futkorásztak át egyik szobából a másikba). Hogy lehet ez?

2	3	2
3		3
2	3	2

65. feladvány

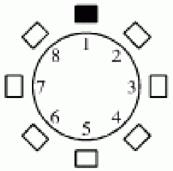
Állapítsd meg a következő két állítás igazságértékét:

(1) Ha néhány „SMAUG” egyben „THOR” is, néhány „THOR” pedig egyben „THRAIN” is, akkor néhány „SMAUG”-nak feltétlenül „THRAIN”-nek kell lennie.

(2) Ha néhány „BIFUR” egyben „BOFUR” is, és minden „GLOIN” egyben „BOFUR” is, akkor néhány „BIFUR” minden bizonnyal „GLOIN”.

66. feladvány

Jancsi és Gabi vendégeket hívott. Eljött a legnagyobbik lányuk, Cecil és férje, Laci, továbbá fiuk Gyuszi, valamint Gabi szülei: Marci és Saci. Sára, a legkisebb lány kissé szeszélyes természetű. Kijelentette, hogy az asztalnál nem fog sem a leánytestvére, sem a fiútestvére, Gyuszi mellé ülni. A házigazdának csak a rajzon látható 8 személyes kerekasztala van. A fekete széken mindig a családfő, Jancsi ül. Anyósát mindig saját jobbjára, apósát pedig magával szembe ülteti. Gabi az apja balján, Gyuszi pedig Marci és valamelyik leánytestvére között foglalt helyet. Ki hányas széken ül?

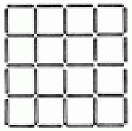


67. feladvány

Gyufaszálakból rakd ki a mellékelt ábrán látható alakzatot.

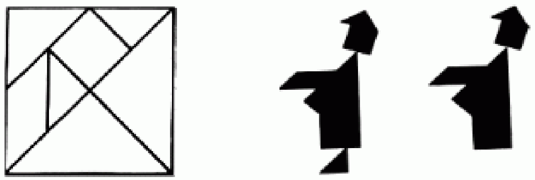
a) Hány négyzetet lehet megszámolni a mellékelt ábrán?

b) Vegyél el 9 gyufát úgy, hogy egyetlen négyzet se maradjon!



68. feladvány

A bal oldali ábrán a klasszikus kínai tangramkészlet látható.



Két ilyen (teljesen egyforma) készletből rakjuk ki a középső illetve a jobb oldali alakzatokat. Hogyan magyarázható, hogy „eltűnt” a jobb oldali alakzat lába?

69. feladvány

Tanévkezdéskor egy humoros elárusító a következő árlistát tette a rajzfelszereléseket vásárlók elé:

ceruza		A	M	A	Á	672 pengő
körző		D	Y	G	I	5 016 pengő
radír		A	V	I	L	172 pengő
hegyező		A	Á	M	A	600 pengő
tolltartó		G	U	D	V	9 108 pengő
vonalzó		A	Y	U	L	1 052 pengő
teljes felszerelés	V	I	Á	G	M	16 620 pengő

A vásárlóknak elmondta, hogy a középső oszlopban az ÁFA nélküli, az utolsó oszlopban az ÁFÁ-s árak találhatók. Minden árucikk esetén az ÁFÁ-s ár az ÁFA nélküli ár ugyanannyiszorosa. Keresd meg az egyes árucikkek ÁFA nélküli árát, és ebből megtudhatod az elárusító nevét is!

70. feladvány

Hogyan lehet a ceruza felemelése nélkül (ebben a formában) leírni a következő számot?

1000

71. feladvány

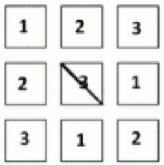
Ha valamilyen síkbeli alakzatot – úgymond motívumot – egy vízszintes egyenes mentén periodikusan lerajzolunk, olyan díszítőmintát kapunk, amelyet sormintának neveznek, és mindkét irányban végtelen, periodikusan ismétlődő motívumokból álló szalagnak tekintjük. Az alábbiakban 7-7 sorminta látható:

(1)...pppppppp...	**(a)...bpbpbpbp...**
(2)...SSSSSSSS...	**(b)...00000000...**
(3)...AAAAAAAA...	**(c)...bdpqbdpq...**
(4)...EEEEEEEE...	**(d)...bqbqbqbq..**
(5)...HHHHHHHH...	**(e)...DDDDDDDD...**
(6)...T⊥T⊥T⊥T⊥...	**(f)...bbbbbbbb...**
(7)...∨∧∨∧∨∧∨∧...	**(g)...bdbdbdbd...**

Egy jól meghatározott szempont alapján, mindegyik bal oldali sormintának pontosan egy jobb oldali sorminta felel meg. Melyik ez a társítás?

72. feladvány

Az alábbi ábrán 9 négyzet alakú mozaik látható, mindegyikre egy-egy szám van írva. Hogyan kell a mozaikokat úgy átrendezni, hogy szintén 3 sorban és 3 oszlopban maradjanak, és minden sorban, minden oszlopban és mindkét átló mentén is a három szám összege 6 legyen? A középső (áthúzott) mozaik nem mozdítható el!

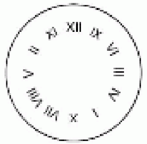


73. feladvány

Egy jól meghatározott szabály alapján az **I, III, V, VII, VIII,...** számsor végére pontosan két római szám talál. Melyik ez a két szám? Indokold a választ!

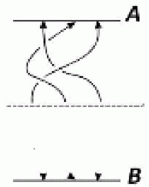
74. feladvány

A következő ábrán egy óra számlapja látható. A készítői elrontották a számozását. Darabold fel a számlapot három darabra úgy, hogy ezeket összeillesztve, olyan számlapot kapjál, amelyen a számok a helyes sorrendben vannak. Keres két megoldást is!



75. feladvány

Az ábrán az ***A***-val jelzett rúdhoz három madzagot kötöttünk, a másik végük szabad. Bogozz mindegyikük végére még egy-egy madzagot, majd ezek másik végeit kösd rá a ***B***-vel jelzett rúdra úgy, hogy ha eltávolítjuk a két rudat, és kifeszítjük a 3 madzagot, ezek párhuzamosak legyenek egymással! (Természetesen ne legyenek összebogozódva!)

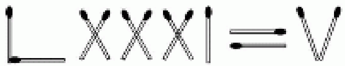


76. feladvány

Fogalmazz meg egy olyan, általános érvényű állítást, amely minden természetes számra igaz, kivéve az **2013**, **2014**, **2015** számokat!

77. feladvány

Alább gyufaszálakból kirakott egyenlőség látható.



Egyetlen gyufaszál elmozdításával tedd igazzá a kijelentést! (Az egyenlőség jelet nem szabad áthúzni vagy egyenlőtlenség jellé alakítani!)

78. feladvány

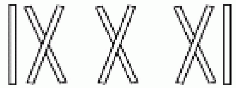
Négy barát egy idegen országba érkezett. Betértek egy vendéglőbe. Mivel nem ismerték az ország nyelvét, az étlap alapján rendeltek. **Az első rendelése**: *much* és *fali*. Erre rizslevest és kalácsot kapott. **A második rendelése**: *amali*, *much*, és *ahi*. Erre rizslevest, makarónit és marhasültet kapott. **A harmadik rendelése**: *ahi*, és *puri*. Erre marhasültet és burgonyát kapott. **A negyedik rendelése**: *ahi*, *fali* és *amali*. Mit gondoltok, mit kapott?

79. feladvány

Adott egy szabályos körhenger alakú, beosztás nélküli, **250** ml űrtartalmú pohár. Csupán a pohár segítségével, próbáljunk minél pontosabban kimérni **125** ml folyadékot!

80. feladvány

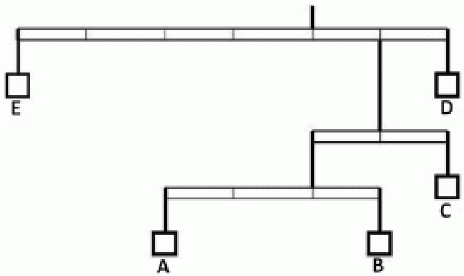
Tekintsük az alábbi, gyufaszálakból kirakott római számokat:



Anélkül, hogy gyufaszálakat mozdítanánk, tennénk hozzá, vagy vennénk el, a három szám egyenlőnek tekinthető! Hogy lehet ez?

81. feladvány

Milyen, 1-től 5-ig terjedő különböző egész számokat kell az **A, B, C, D, E** betűk helyére írni, hogy a számoknak megfelelő tömegű testekkel, az ábrán látható három mérleg egyensúlyban legyen?



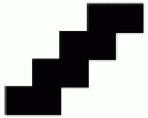
82. feladvány

Hogyan lehet az alábbi három egyesből *hetet* kapni?

111

83. feladvány

Hogyan lehet az ábrán látható, **8 *egységnégyzetből*** álló alakzatot **4** részre darabolni úgy, hogy ezekből hézagmentesen és fedés nélkül egy négyzetlapot lehessen összerakni?

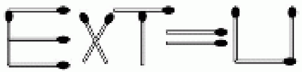


84. feladvány

Az öreg király a birtokán **1-1** kastélyt és **1-1** kutat hagyott örökségül a **3** fiának. A király halála után a fiúk összevesztek, és egyikük sem akarta, hogy a kastélyukból a saját kútjaikhoz vezető útjaik keresztezzék egymást. Ezért hívatták az udvar bölcsét, aki megmondta nekik, mit kell tenniük. Mit gondoltok, milyen megoldást javasolt az udvar bölcse?

85. feladvány

Az alábbi jelek gyufaszálakból vannak kirakva:



Csupán **2** gyufaszál elmozdításával alakíts ki egy, matematikailag helyes állítást! (Gyufaszálakat eltörni, egymásra helyezni, az egyenlőség jelet áthúzni vagy egyenlőtlenség jellé alakítani nem szabad!)

86. feladvány

Az alábbi ábrán, a számozott kartonlapocskákat úgy illesztették össze, hogy mind a négy oldal mentén a számok összege **14,** illetve **12** legyen. Rendezd át valamelyik alakzat **8** kartonlapocskáját úgy, hogy mind a négy oldal mentén a számok összege **17** legyen!

8	1	5
2		6
4	7	3

1	8	3
5		7
6	4	2

87. feladvány

Egy lóversenyen az **A, B, C, D, E** versenyzőkre lehet fogadni. Két barát fogadást kötött az érkezési sorrendet illetően:

1. barát: **A, B, C, D, E,**
2. barát: **B, D, E, A, C.**

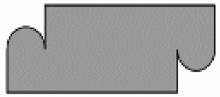
Mi az érkezések valódi sorrendje, ha tudjuk, hogy az első barátnak három, a másodiknak két találata volt?

88. feladvány

A 2 és 3 számjegyek egyszeri használatával, továbbá valamilyen matematikai művelet segítségével állítsd elő a 362 880 számot.

89. feladvány

Az ábrán látható kartonlap egyik oldalát kékre, a másikat pirosra festettük. Ollóvágással daraboljuk két részre úgy, hogy ezeket újra összeillesztve, a két festett oldal színe megcserélődjön, azaz az alakzat pirosra festett oldala kék, a kékre festett oldala pedig piros legyen!



90. feladvány

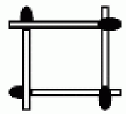
Nyolc barát egy olyan nyolcszintes tömbházban lakik, amelynek minden szintjén pontosan egyetlen lakrész van. A 8 barátról a következőket tudjuk:

(a) Berci haragszik Cilire, mert egyszer nyitva hagyta a vízcsapot, és eláztatta.
(b) Feri nem az utolsó emeleten lakik.
(c) Az 5-ös postaláda a Gabié.
(d) Mindegyik barát elhalad Emi lakrésze mellett.
(e) A 6. emeleten Anti lakik.
(f) Hajninak nem kell használnia a felvonót.
(g) Amikor Dani hazaér, onnan már csak 2 lakótársának köszönhet.

Határozd meg, hogy mely barát, melyik szinten lakik.

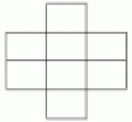
91. feladvány

Helyezz el az asztalon 4 gyufát a mellékelt ábrán látható módon. Lehetséges-e, hogy még egy gyufaszál hozzáadásával elérd azt, hogy 2 ujjal mind az 5 gyufát fel tudd emelni az asztalról?



92. feladvány

Írd be az ábra téglalapjaiba 1-től 8-ig a számokat úgy, hogy se vízszintesen, se függőlegesen, se két olyan téglalapba, amelyek sarka találkozik, ne kerüljön két egymást követő szám!



93. feladvány

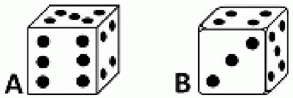
Öt, egymás mellett álló ház színe valamilyen sorrendben: sárga, barna, kék, piros, zöld. Tudjuk, hogy

(a) a középső ház nem kék,
(b) a piros és a kék ház közötti távolság ugyanannyi, mint a kék és a zöld ház közötti távolság,
(c) a sárga ház közvetlen bal szomszédjának a háza piros.

Határozd meg balról jobbra haladva a házak színét!

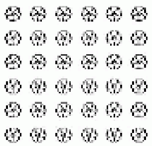
94. feladvány

Melyik az igazi dobókocka az alábbi kettő közül?



95. feladvány

Egy négyzet alakú kert egyik ágyásába az ábrán látható módon 6 × 6 szál virágot ültettek. Szakíts le 6 virágot úgy, hogy függőlegesen is és vízszintesen is minden sorba páros számú virág maradjon!



96. feladvány

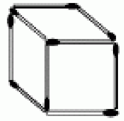
Öt, egymás mellett sorakozó ház színe valamilyen sorrendben: sárga, barna, kék, piros, zöld.

(a) A zöld ház a sárga ház közvetlen szomszédja.
(b) A sárga ház nem szomszédos a középső házzal.
(c) A kék ház nem szomszédos a piros házzal.
(d) A piros ház a zöld ház közvetlen szomszédja.
(e) Balról az első ház barna színű.

Sorold fel a házak színét balról jobbra haladva!

97. feladvány

Az ábrán egy kockát láthatunk. Rendezz át 3 gyufaszálat úgy, hogy a kapott ábrán is ugyancsak egy kockát lássunk!



98. feladvány

Hogyan lehet, hogy egy papírból kivágott egyenlőszárú derékszögű háromszöglapból, egyetlen ollóvágással kivágni egy olyan négyzetlapot, amelynek területe fele a háromszöglap területének?

99. feladvány

Öt, egymás mellett álló ház színe valamilyen sorrendben: barna, szürke, fehér, sárga és fekete. Tudjuk, hogy:

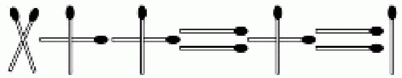
(a) a barna és a szürke ház nem szomszédosak;
(b) a középső ház nem sárga;
(c) a kék és a barna közötti távolság ugyan annyi, mint a fekete és a sárga közötti távolság;
(d) a sárga ház közvetlen jobb szomszédja a kék ház;
(e) balról az első ház fekete.

Határozd meg balról jobbra a házak színét!

100. feladvány

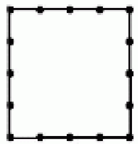
Három gyufaszál áthelyezésével alakíts ki egy igaz gyufaegyenletet:

(Gyufákat eltörni, egymásra helyezni, az egyenlőség jelet áthúzni vagy egyenlőtlenség jellé alakítani nem szabad!)



101. feladvány

A mellékelt ábrán egy négyzet alakú udvar kerítése látható, amelyet 16 oszlop tart meg. Osszuk fel az udvart 4, páronként nem kongruens, derékszögű háromszög alakú részre, amelyeknek a kerítéseit szintén a meglévő oszlopok tartják meg!



102. feladvány

Öt barát, Áron, Béla, Cili, Dani és Emi öt szomszédos házban lakik.

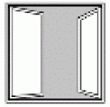
(a) Cilinek két szomszédja van.

(b) Dani nem lakik szélen levő házban.

(c) Emi nem szomszédos Danival, de Áron szomszédos Bélával is és Emivel is.

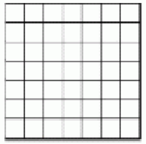
Hogyan helyezkednek el a barátok házai, és ki melyik házban lakik?

103. feladvány



Közeledj és nézz át az ábrán látható nyitott ablakon. Vajon mit fogsz látni: egy épületben egy szoba belsejét, vagy egy épületen kívüli udvart?

104. feladvány



A mellékelt ábrán egy négyzet alakú repülőtér látható, amelyet 49 egyenlő kis négyzet alakú parcellára osztottak fel. Hány ilyen kis parcellát kell aláaknázni úgy, hogy egyetlen sorban sem, egyetlen oszlopban sem, és átlósan se létezzen 5 egymást követő aknázatlan parcella.

105. feladvány

Öt, egymás mellett álló színe valamilyen sorrendben: kék, piros, szürke, zöld, illetve fekete. Tudjuk, hogy:

(a) a piros és a kék közötti távolság ugyanannyi, mint szürke és a zöld közötti távolság;

(b) a kék és a zöld közötti távolság ugyan annyi, mint a szürke és a piros közötti távolság;

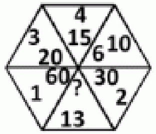
(c) a fekete és a szürke ház között ugyanannyi ház van, mint a piros és a zöld között;

(d) a fekete ház egyenlő távolságra helyezkedik el a kék és a szürke háztól is.

Határozd meg balról jobbra a házak színét!

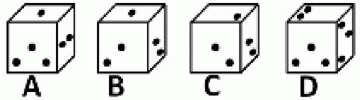
106. feladvány

Milyen számot írhatsz a kérdőjel helyére? Indokold meg a válaszodat!



107. feladvány

Az alábbi dobókockákról lekopott néhány pötty. A megfelelő módon rajzold vissza a hiányzó pöttyöket, és állapítsd meg, hogy az **A**, **B**, **C** és **D** kockák közül melyik a nyerő!



108. feladvány

Öt ház van egymás mellett sorban. A színük valamilyen sorrendben: kék, szürke, sárga, indigó.

(a) A zöld ház és a szürke ház nem szomszédosak.

(b) A szürke ház és a sárga ház nem szomszédosak.

(c) A sárga ház és az indigó színű ház nem szomszédosak.

(d) Az indigó színű ház és a szürke ház nem szomszédosak.

(e) A zöld ház és a sárga ház nem szomszédosak.

(f) Az indigó színű ház szomszédos a zöld házzal.

(g) Balról az első ház szürke.

Határozd meg balról jobbra a házak színét!

109. feladvány

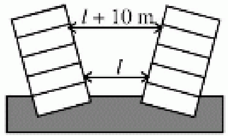
A ceruza felemelése nélkül egy vonallal írd le a 10-es számot (arab számjegyekkel). A papírt megtűrni, vagy más segédeszközt használni nem lehet!

110. feladvány

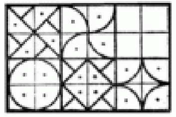
Adott 7 cigaretta formájú egyenes körhenger alakú pálcika. El lehet-e rendezni ezeket úgy, hogy mindegyik pálcika pontosan 6 másikat érintsen? (Létezési szempontok miatt, a henger hosszának és az alapkör átmérőjének az aránya nagyobb mint $7\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$).

111. feladvány

Két 5 szintes, kongruens téglatest alakú tömbház legfelső emeletei közötti távolság 10 méterrel több, mint a földszintek közötti távolság. Egy ilyen esetet a mellékelt ábrán láthatunk. Le tudnál-e rajzolni még két más esetet is?



112. feladvány



A varázsszőnyeg néhány mintája eltűnt, és a szőnyeg elvesztette a varázserejét. Tudnál-e segíteni a minták visszarajzolásában, hogy a szőnyeg ismét visszanyerje a varázserejét?

113. feladvány

Arthur király szemügyre vevé seregét, s bánatosan így szóla:

– Seregem pár ember híján 200 katonából áll. Ha hármasával, négyesével, ötösével rendezem a sereget, mindössze egy-egy ember marad ki.

Majd pediglen szemügyre vevé az ellenséget:

– Sir Langres serege az enyém kétszeresénél egy tucattal kevesebb. Lord Craslie katonáinak a száma ugyanannyi harcossal több a seregem számánál, mint amennyivel kevesebb Sir Alfréd seregénél. Sir Alfréd serege pont akkora, mint a legkisebb olyan 3 jegyű szám, amelyben a számok csökkenő sorrendben állnak, és a számjegyek összege megegyezik azok szorzatával.

Hány fős serege van egy-egy hadvezéreknek?

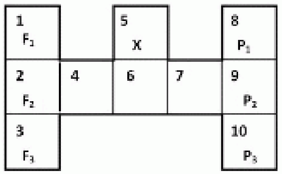
114. feladvány

Egy rovargyűjtő dobozban 7 rekesz van egy sorban.

t	t	t		s	s	s

A bal oldali három rekesz mindegyikében egy-egy tücsök (**t**) van, a jobb oldali három rekesz mindegyikében egy-egy sáska (**s**) van. A tücskök és a sáskák egymással helyet akarnak cserélni. A tücskök csak jobbra, a sáskák csak balra ugorhatnak egyet-egyet, és csak üres rekeszbe. Bármely tücsök csak egy sáskát, és bármely sáska csak egy tücsköt ugorhat át. Tudsz-e segíteni a tücskök és a sáskák helycseréjében?

115. feladvány



Két, szemben levő garázsban 3-3 autó van: az F_1, F_2, F_3 autók fehér színűek, a P_1, P_2, P_3 autók pedig piros színűek. Hogyan lehetne a fehér autókat a pirosakkal összecserélni, ha tudjuk, hogy az **X**-el jelölt hely is igénybe vehető, és minden „téglalapban” csak egy autó fér el?

116. feladvány

Arthur király egyik csatája előtt meghallgatta kémeit, akiket titkosan csak ***A***, ***B***, ***C***, ***D***, ***E*** néven nevezett. Az elhangzott kijelentések rendre a következők voltak:

A: – Sir Lyon megtámad téged, uram.

B: – Nem igaz, jó uram, hogy Sir Lyon megtámadna.

C: – ***A*** hazudik, uram.

D: – Uram, hármuk közül csak egy szól igazat.

E: – Uram, Sir Yenz fog megtámadni, nem Sir Lyon.

A király rövid ideig töprengett, majd így szólt:

– Ellenfeleim valóban erősek. Három kémemet megnyerték maguknak. Ugyanis közületek csak ketten szóltak igazat.

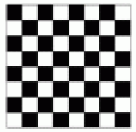
Tudva azt, hogy vagy Sir Lyon, vagy Sir Yenz biztosan támadni fog, melyik két kém szólt igazat?

117. feladvány

Körzővel megszerkesztünk egy adott R sugarú kört. Ugyanazzal a körzővel, ugyanazzal a körzőnyílással, meg tudnál-e szerkeszteni egy $r < R$ sugarú kört is? Hogyan?

118. feladvány

Legtöbb hány ló helyezhető el egy 8 × 8-as sakktáblán úgy, hogy egyikük se üsse a másikat?



119. feladvány

Miután csatáiban Arthur király az ellenség fölött diadalt aratott, futárt küldött, hogy feltérképezze a vidéket, amin uralkodni fog. Pár nap múlva a futár visszatért, és a következőket újságolta:

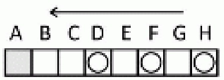
– Jó uram, kilenc falvat láttam, földutakon lovagoltam közöttük. Az egyes falvakból rendre 6; 5; 5; 4; 4; 4; 3; 2; 2 út indul a másik 8 valamelyikébe.

– Hadd lássam jobban, rajzold le az utakat. – mondta a király.

A futár képtelen volt rá. Te tudnál-e segíteni az utak megrajzolásában?

120. feladvány

Használjuk a sakktábla egyik sorát, amint az a mellékelt ábrán látható. Ennek a **H**, **F**, **D** négyzeteibe egy-egy korongot helyezünk. Két játékos felváltva léphet bármelyik koronggal a nyíl irányába. Akár már elfoglalt négyzetekre is lehet lépni vagy szökni. Az nyer, aki utoljára helyezi az **A** négyzetbe a korongot. Melyik játékosnak van nyerő stratégiája? Hogyan kell játszania, hogy tényleg nyerjen is?

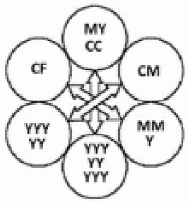


121. feladvány

Vajon melyikük ér fel a kezével magasabbra: Viktor, aki 1,95 m magas; Otília, aki 1,51 m magas és egy 45 cm magas széken áll, vagy Sanyi, aki 1,55 m magas, és 42 cm magasra ugrik?

122. feladvány

Camelot varázslójának, a nagyhatalmú Merlinnek a földalatti barlangját mágikus pecsét védi. Az egymással szemben levő körökben a jelek értéke megegyezik. A barlang az FCY alakú szám kimondására nyílik. Melyik ez a szám, ha tudjuk, hogy a különböző jelek, egymástól különböző számjegyeket jelölnek?



123. feladvány

Egy fából készült asztal közepén egy A4-es levelezőlapon, szájával lefele, ennek közepére helyezve, egy üres sörösüveg található. Hogyan tudnád a sörös üveg alól kivenni az papírt anélkül, hogy kézzel az üveghez érnél, vagy feldöntenéd? Mutass legalább két gyakorlati megoldást!

124. feladvány

Beléptünk Merlin barlangjába. A félhomályban középen forrongó üstöt látunk, jobb kéznél korhadt asztalon irattekercsek, bal kéznél üvegekben bájitalhoz hozzávalók, szám szerint hat hozzávaló: hidravér, sárkányfog, préselt fagyöngy, mandragóragyökér, csillagpor és fémölő folyadék. Bájital készítésénél mind a hatot valamilyen sorrendben az üstbe kell szórni. Azonban, ha a sárkányfog még a mandragóra előtt az üstbe kerül, akkor az egész barlang felrobban. Hányféle bájital készíthető anélkül, hogy a barlang felrobbanna?

125. feladvány

Adott 7 teljesen egyforma méretű és tömegű nagyfejű, kb. 8 cm hosszú szeg. Össze tudsz-e illeszteni közülük 6-ot úgy, hogy ha a hetedik szeget függőlegesen egy deszkába ütöd, az építmény megálljon ennek a fején?

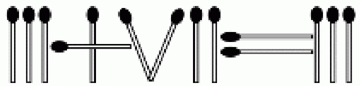
126. feladvány

Egy dobozt 10 rekeszre osztottak fel. Ebben a dobozban 4 levelibéka (L) és 4 katonabéka (K) üldögél (lásd az ábrát). Két egymás melletti béka, az eredeti sorrendjüket megtartva, átugrik a két üres helyre. A megüresedett két helyre ismét két egymás melletti béka ugrik át, és így tovább. Lehetséges-e, hogy a negyedik békapár ugrása után, a 4 leveli, illetve 4 katonabéka egymás mellé kerüljön?

		K	L	K	L	K	L	K	L

127. feladvány

Egyetlen gyufaszál elmozdításával tedd igazzá az egyenlőséget!



128. feladvány

A Merlin barlangjában található hidravér, sárkányfog, préselt fagyöngy, mandragóragyökér, csillagpor és fémölő folyadék. Ezekből készítsük el a bátorság italát! Tudnivalók az összetevőkről: (1) a csillagpor az 1. helyen áll, vagyis elsőként dobjuk az üstbe. (2) a hidravért nem dobhatjuk közvetlen sem a mandragóra előtt, sem közvetlen utána. (3) a fagyöngy után kevesebb számú összetevőt dobunk az üstbe, mint előtte. (4) sorrendben az utolsó előtti összetevő mellett, a fémölő folyadék áll. (5) a fagyöngy sorrendje messzebb van a sárkányfogétól, mint a mandragóráétól. (6) a mandragóra a sorrendben a sárkányfog előtt áll. Mi az egyes összetevők sorrendje a bátorság bájitalában?

129. feladvány

Legkevesebb hány lépésre van szükség, hogy az ábrán látható 15 pénzérme az üres cellákba kerüljön, ha egy lépésnél bármely érmével vízszintesen vagy függőlegesen átugorhatunk egy szomszédos érmét, ha annak túlsó oldalán éppen nincs érme?

O	O	O	O	O	
O	O	O	O		
O	O	O			
O	O				
O					

130. feladvány

Melyik szám nem illik a sorba: **3, 4, 5, 6, 7, 8**? Miért? Mondj minél nyomósabb érvet!

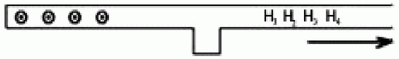
131. feladvány

Arthur király életének 30. nyarán lovagi tornára hívta össze 5 legderekabb vitézét: Sir Lancelotot, Sir Gauwainet, Sir Gryest, Sir Marhaust és Sir Genawant. A torna a következő képen zajlott: a torna folyamán, senki sem küzdött kétszer ugyanazzal az ellenféllel, és senki sem küzdött 2-nél többször. Tudjuk még, hogy:

(1) Sir Genawan nem vállalta a III. viadalát Sir Gryessel.
(2) Sir Marhaus csak Sir Lancelottal küzdött.
(3) Sir Gryest kitiltották a tornáról, mert orvul támadt ellenfelére.

Ki kivel küzdött?

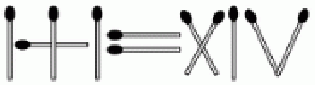
132. feladvány



Amikor a négytagú hangyacsalád (H_1, H_2, H_3, H_4) hazatért a bolyba, megdöbbenve látta, hogy a saját folyosója végében 4 idegen hangyatojás található (lásd az ábrát). A hangyák ki akarják vinni a folyosó végéből a nyíl irányába a 4 tojást, anélkül, hogy valamelyikük is kimenne a nyíl irányába, ahol bejöttek. Szerencséjükre, hogy a folyosón van egy akkora vájat, ahova befér egy tojás. Tudnál-e segíteni a hangyáknak a tojás elszállításában?

133. feladvány

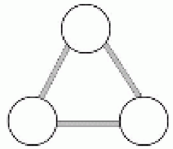
Minimális számú gyufa elmozdításával tedd igazzá az egyenlőséget:



134. feladvány

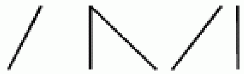
A lovagi torna végeztével Arthur király és 49 vitéz lovagja a kerekasztal köré ült. Mindenki előtt egy serleg van, benne vagy vörös, vagy fehér bor, de nem minden serleg tartalma egyforma. A király jelére a következőket végzik: aki előtt vörös bor van, átnyújtja serlegét a közvetlen bal szomszédjának, aki előtt pedig fehér bor van, az átnyújtja serlegét a jobb kéz felőli második szomszédjának. Igazoljuk, hogy ezek után valakinek nem jut serleg!

135. feladvány



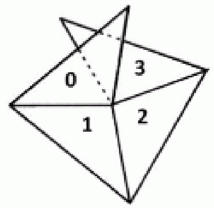
Az asztalon három egyforma, henger alakú kis pálinkás pohár látható felülnlzetből, szabályos háromszög alakban elhelyezve. Közöttük 1-1 lapos, fából készült lapos fogpiszkáló, amely éppen csak, hogy rövidebb, mint bármely két pohár közötti távolság. Ezen fogpiszkálók segítségével el tudod-e érni, hogy a három pohár tetején, megálljon egy ugyanilyen negyedik pohár?

136. feladvány



A mellékelt ábrán öt, nem feltétlen egyforma pálcika látható. Tegyél hozzá még három, tetszőleges hosszúságú pálcikát úgy, hogy egy autót kapjál!

137. feladvány



Az ábrán látható egyenlő szárú háromszögek kongruensek és a tompaszögeik mértéke 100°. A **0, 1, 2, 3**, ... számozású háromszög sorozatot tovább folytatjuk, spirális alakban. Melyik az a legkisebb sorszámú ilyen háromszög, amellyel a **2003**-as sorszámú háromszög fedésbe kerül?

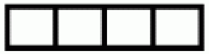
138. feladvány

2	9	4
7	5	3
6	1	8

A bűvös négyzetek már az ókori kínaiak, indiaiak idejében is érdekességnek számítottak. A mellékelt ábrán egy 3 × 3-as bűvös négyzetet látunk, amelyben mind a sorokban, mind az oszlopokban, mind az átlók mentén a három szám összege ugyan annyi, esetünkben 15 (úgynevezett „bűvös szám"). Nevezzük „majdnem bűvös" négyzetnek azt az esetet, amikor az összeg csak a sorok és oszlopok mentén ugyanannyi, az átlók mentén már nem. Tudnál-e szerkeszteni olyan, csupa különböző számokból álló 3 × 3-as „majdnem bűvös" négyzetet, amelyet ha felülről, vagy alulról nézünk, akkor is „majdnem bűvös" négyzet marad?

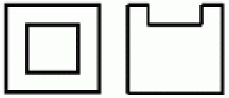
139. feladvány

A mellékelt ábrán négy istálló látható. Ezekben el kellene helyezni öt lovat, azonban mindegyik istállóba pontosan egy ló fér el. Hogyan tudnánk elérni, hogy a négy istállóban mégis öt ló legyen?



140. feladvány

Egy térbeli testet két, egymásra merőleges nézetből a mellékelt ábrák szerint látunk. Az ábrákon a látható éleket folytonos vonallal jelöltük, a nem látható, egymásra tevődő élekből természetesen csak a legelső láthatót tüntettük fel. Vajon hogy néz ki a szóban forgó térbeli test?



141. feladvány

Szerkesszünk 3 × 3-as, különböző számokból álló „majdnem bűvös" négyzetet, amely azzal a tulajdonsággal rendelkezik, hogy ha a négyzet fölé (vagy alá) egy tükröt helyezünk, akkor abban is egy helyes „majdnem bűvös" négyzetet látunk! (Vezérötlet a **138. feladvány**.)

142. feladvány

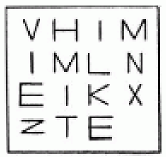
A magyar ábécé egyjegyű mássalhangzóit egy jól meghatározott szabály szerint a következő három csoportba osztottuk:

1) ***B, C, D, P, T, V, Z*** 2) ***F, M, N, S*** 3) ***H, K***

Melyik csoportba sorolnád be a kimaradt, ***G, J, L, R*** betűket? Indokold meg a válaszodat!

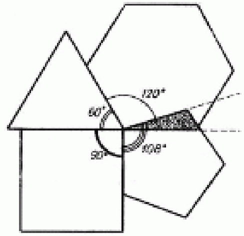
143. feladvány

A feladat: találd meg a titkos számot. Ehhez előbb meg kell fejtened egy titkos írást, vagyis ha megmondod, hogy milyen jel hiányzik, azzal egyidőben megtudod a titkos számot is. Nos, melyik a titkos jel? Hát a titkos szám?



144. feladvány

Péter azzal próbálkozik, hogy a síkban öt különböző szabályos sokszög egy-egy csúcsa egy pontban találkozzék, de a sokszögek ne fedjék egymást. Próbálkozása a mellékelt ábrán látható. Egy idő után felkiált: „nem lehet, hiszen a pont körüli szögek összege 90°+ 60° + 120° + 108° = 378°, és ez több mint 360°. És még nem is használtam öt, csak négy darab szabályos sokszöget". Tudnál-e segíteni Péternek?

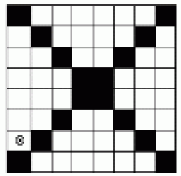


145. feladvány

Egy személygépkocsi elgázolt néhányat János bácsi ludai közül. Az autó tulajdonosa meg akarta téríteni a kárt, ezért megkérdezte János bácsit, hogy hány ludat ütött el. A furfangos János bácsi csak ennyit mondott: „hatvannyolcvolt". A személygépkocsi tulajdonosa átlátott a szitán, és azonnal (valódi bankjegyekkel) ki is fizette az elütött ludakat, de János bácsi csöppet sem örvendett. Vajon miért?

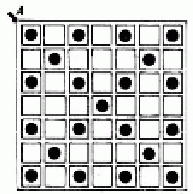
146. feladvány

Az ábrán egy speciális sakktábla látható. A ⊙ szimbólum egy vezért jelöl a szokásos sakkjátékból. El tudnál-e helyezni a mellékelt sakktábla fehér mezőin még 7 vezért úgy, hogy egyik se üsse a másikat és minden oszlopban és minden sorban is csak 1 vezér legyen? (A vezérek fekete mezőn nem haladhatnak át.)



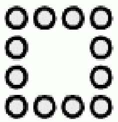
147. feladvány

Egy négyzet alakú parkban 21 szobor van oszlopokra helyezve (ezeket pöttyökkel jelöltük). A parkba az „***A***"-val jelölt kapun lehet bejutni, és ugyanitt kell távozni. Az idegenvezető úgy szeretné az ábrán látható útrendszeren végigvinni a látogatókat, hogy ezek minden egyes szobrot körkörösen végignézhessenek, az út minél rövidebb legyen, és minél kevesebbet kelljen kanyarodjanak (vagyis irányt váltani). Tudnál-e segíteni az idegenvezetőnek?



148. feladvány

Helyezzünk el 12 korongot négyzetalakban az ábrán látható módon. Át tudnád-e ezeket rendezni úgy, hogy mindegyik oldalra 5-5 korong kerüljön? Hát úgy, hogy három függőleges és három vízszintes sort kapjunk, és mindegyik sorban éppen 4-4 korong legyen?



149. feladvány

Figyeld meg a következő dominósorozatot, és írd a kérdőjel helyére a megfelelő számot! Indokold meg a válaszodat!

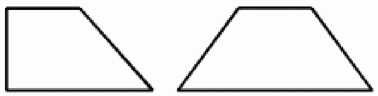
2	3	7	2	6	5	8	4	9	7
10		63		66		96		?	

150. feladvány

Sárkánytanyán vörös, zöld és fekete sárkányok élnek. Minden vörös sárkánynak 1 feje, 6 lába és 3 farka van. Minden zöld sárkánynak 6 feje, 2 lába és 1 farka van. Minden fekete sárkánynak 8 feje, 4 lába és négy farka van. Sárkánytanyán összesen 400 fej van, és a vörös farkak száma 4-gyel több a zöld meg a fekete lábak összegénél. Meg tudnád mondani, hogy hány sárkány él sárkánytanyán?

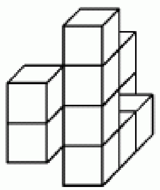
151. feladvány

Az első ábrán látható derékszögű trapéz kisalapja 2, magassága is 2 és nagyalapja 4 egység. A második ábrán látható szimmetrikus trapéz kisalapja és szárai is 2-2 egység, nagyalapja 4 egység. Darabold fel mindkét trapézt pontosan 4-4 egyenlő területű és egyforma (kongruens) részre, amelyek még hasonlók az eredeti trapézhoz is!



152. feladvány

Figyeld meg az ábrán látható építményt, melyet teljesen egyforma méretű kockákból állítottunk össze. A kockákat nm ragasztottuk össze, kocka csak kockára illeszkedik. Az építményben üregek sincsenek. Természetesen a kockák egy része nem látható. Határozd meg az építményben levő *maximális* számú kockák számát!



153. feladvány

A 8 tagú vakond család tagjai egymás melletti 8 üregben laknak, mindegyikben 1-1 (lásd a mellékelt ábrát). Mivel a 3.; 4.; 5.; 6. vakondtúrásokat elázott, elhatározták, hogy kettesével fognak lakni az 1.; 2.; 7. és 8. üregben. A vakondok mozgása azonban a következő érdekes szabály szerint történik: ha valamelyik vakond valamelyik irányba elindul, két vakondon átugrik, és a következő üregben megállapodik (tehát itt ketten lesznek). Segíts, hogy a vakondok minél kevesebb lépésben átköltözhessenek a szóban forgó üregekbe?

1.	2.	3.	4.	5.	6	7.	8.
1	1	1	1	1	1	1	1

154. feladvány

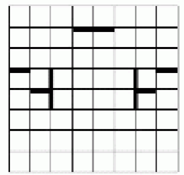
János a piacon három eladótól próbál almát venni, akik két különböző árú terméket kínálnak. Minden eladónak csak egyfajta almája van. János mindhárom eladónak, Erzsinek, Birinek és Sárinak feltesz egy-egy kérdést:

- Erzsi almája drágább, mint a Sárié?
- Biri almája drágább, mint Erzsi almája?
- Két kiló almát eladsz-e nekem 2000 pengőért?

Mindhárom kérdésre ugyanazt a választ kapta. Vajon sikerült-e Jánosnak 2000 pengőért megvenni a két kiló almát?

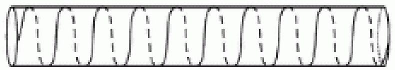
155. feladvány

Egy őrnek át kell haladnia a mellékelt ábrán látható minden ellenőrző ponton, vagyis mind a 64 kisnégyzeten, de csak pontosan egyszer. Bármely „kisnégyzet" oldalán áthaladhat (csúcsponton nem), kivéve, ha a „kisnégyzet" vastagított vonallal van jelölve (itt nincs „átjáró"). Az őr bárhonnan elindulhat, de szeretné elérni, hogy egy útja során éppen oda jusson vissza, ahonnan elindult. Javasolj útvonalat az őrnek!

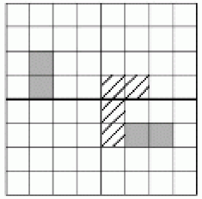


156. feladvány

Egy egyenes körhenger alakú cső kerülete 4 cm, hossza pedig 9 cm. A csőre szabályos spirál alakjában egy vékony drótot tekerünk. A drót két vége a csőhenger két végénél van, és hossza éppen 10 teljes spirált tesz ki, amint az ábrán is látható. Hány cm hosszú a drót?



157. feladvány



A mellékelt ábrán egy négyzet alakú parcella látható, amely 64 egyforma területű négyzetből áll. Oszd fel ezt a területet 4 teljesen egyforma alakú és területű (kongruens) alakzatra úgy, hogy mindegyikbe kerüljön egy-egy szürke és egy-egy vonalkázott négyzet. Könnyítésként eláruljuk, hogy ha a vastag vonal fölötti 2 alakzatot megkaptuk, azt csak el kell csúsztatnunk a vonal alá.

158. feladvány

A krokodil inkább zöldebb vagy inkább hosszabb? Keress minél ésszerűbb indoklást!

159. feladvány

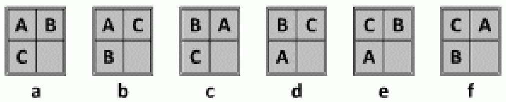
Van 10 olyan korongunk, amelynek egyik fele fehér, a másik fekete. Ezeket elhelyeztük egy asztalon, az ábrán látható módon.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	●	●	○	○	○	●	○	●

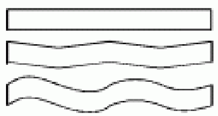
Ketten játszanak. A soron következő játékos kiválaszt egy fehér oldalával felfele levő korongot, és azt, és a tőle jobbra levő összes korongot átfordítja a másik oldalára. Az veszít, aki nem tud lépni, vagyis minden korong már a fekete oldalával van fölfelé. Ki nyer? A kezdő, vagy a második játékos?

160. feladvány

Az ábrán látható hat rajz esetén, az **a** ábrával csak a **d** és az **f** ábra talál, a többi nem, de azok együtt szintén találnak. Vajon miért állíthatjuk ezt?



161. feladvány



A mellékelt ábrán három azonos hosszúságú és azonos szélességű papírcsík látható, ugyanabból a papírból kivágva. Melyik csík kivágásához használtunk a legtöbb, illetve a legkevesebb papírt?

162. feladvány

Seholnincs országban nyolc egymás utáni esztendőre előre leszögezték a sorra következő ünnepeket. Ezek közül négy a következő dátumra esik:

2091. júl. 13; 2092. ápr. 23; 2093. márc. 31; ...; 2098. júl. 14.

Figyeld meg jól a dátumokat, és próbáld megállapítani a **2095**-ös és **2096**-os esztendők ünnepeinek a dátumait!

163. feladvány

Egy gyufaszál hossza megközelítőleg 4,5 cm. Négy ilyen gyufaszál által közrezárt négyzetlap területe megközelítőleg 20 cm². Legkevesebb hány gyufaszál szükséges, hogy ezekkel egy hektárt kapjunk?

164. feladvány

Készítsük el a mellékelt ábrán látható számpiramist.

1
2 3 4
5 6 7 8 9
10 11 12 13 14 15 16

Ha folytatnád a számok leírását, akkor:

a) határozd meg, hányadik sorba kerül a 2004-es szám, és hogy hányadik elem ebben a sorban;

b) Határozd meg, hogy milyen szám van a 2004 alatt és fölött!

165. feladvány

Az ábrán látható közismert „tizenötös" tologatós játék 15 számozott négyzetlapjának a csúsztatásával állítsunk elő egy 4 × 4-es bűvös négyzetet, vagyis olyan helyzetet, amelyben a számok összege soronként, oszloponként és a két átló mentén ugyanannyi legyen.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

166. feladvány

Írd be az üres négyzetekbe 0-tól 9-ig a számjegyeket úgy, hogy a két ötjegyű szám szorzata a lehető legnagyobb legyen! Ezután írd be úgy a számjegyeket a négyzetekbe, hogy a szorzat a lehető legkisebb legyen!

					×					

167. feladvány

Same Loydtól származik az a „15-14” nevű feladvány, miszerint az első ábrán látható módosított „tizenötös” tologatós játék kis négyzetlapjainak a csúsztatásaival nem állítható vissza a második ábrán látható eredeti sorrend. Ellenben egy kis csalafintasággal elérhetjük, hogy a számok mégis a második ábra szerinti sorrendbe kerüljenek. Hogyan? (A négyzetlapokat csak csúsztatni szabad, kiemelni nem!)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	15	14	

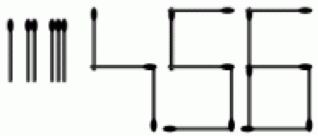
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

168. feladvány

Csupán 4 gyufaszálból rakd ki a lehető legnagyobb számot! Gyufaszálakat eltörni nem szabad, semmilyen műveletjelt nem használhatsz!

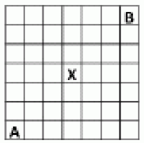
169. feladvány

Az alábbi gyufaszám sorozatban pontosan egy kakukktojás van. Melyik ez? Válaszodat indokold meg, mondj több szempontot is!



170. feladvány

A mellékelt ábra 7 × 7-es sakktáblájának az **A** mezőjében egy királyt helyeztünk el. Hogyan lehet a királlyal a sakktábla minden mezőjére pontosan egyszer lépve a **B** mezőbe eljutni, ha tudjuk, hogy az **X**-szel jelölt mezőre a királlyal nem léphetünk?



171. feladvány

A mellékelt ábrán egy 4 × 4-es bűvös négyzet látható, amelyben a sorok, az oszlopok és a két átló mentén a számok összege a bűvös összeg: 34. Ez alapján tudnál-e szerkeszteni egy olyan, csupa különböző számokból álló 4 × 4-es bűvös négyzetet, amely akkor is bűvös négyzet marad, ha a lapot 180°-kal elforgatva nézed? (Vezérötlet a **138.** feladvány.)

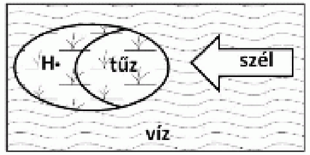
14	1	12	7
11	8	13	2
5	10	3	16
4	15	6	9

172. feladvány

Hogyan lehet minél egyszerűbben két négyzetből szabályos hatszöget kapni? Keress több megoldást is!

173. feladvány

Az ábrán egy kis szigeten egy hajótörött, **H** látható. A szigeten mindenütt erdő található. Egy adott pillanatban a sziget keleti felén tűz ütött ki, és nyugat felé megállíthatatlanul terjedni kezdett, mert erős keleti szél fújt. Hogyan tudna a hajótörött megmenekülni a tűztől, ha tudjuk, hogy a vízbe a cápák miatt bele sem léphet, és tutajt pedig nem tud készíteni? Mondj minél reálisabb és minél ötletesebb megoldást a megmenekülésre, amely gyakorlatilag is kivitelezhető!

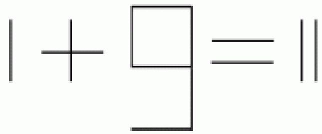


174. feladvány

Szerkesszünk egy 4 × 4-es, különböző számokból álló bűvös négyzetet, amely azzal a tulajdonsággal rendelkezik, hogy ha a négyzet alá, vagy fölé, vagy bal felére, vagy jobb felére egy tükröt teszünk, abban szintén bűvös négyzetet látunk. (Vezérötlet a **141.** és a **171.** feladvány.)

175. feladvány

Egy papírlapon 13 nem feltétlen egyforma (6 vízszintes, 7 függőleges) pálcikából kiraktunk egy összeadást, persze hibásan. Hogyan lehet elérni, hogy egyetlen pálcika áthelyezésével igaz legyen az egyenlőség? (Pálcikákat eltörni vagy egymással fedésbe hozni nem szabad).



176. feladvány

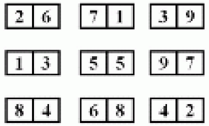
Egy számsorozatnak leírtuk az első négy tagját:

001, 2011, 121021, 111211101211,...

Hogyan folytatnád? Természetesen az ötödik tag bármennyi lehetne, de ha felfigyelsz egy nagyon logikus szabályra, akkor mégis egy szám jobban „illik” ötödik tagnak, mint bármelyik más. Melyik lenne ez a szám?

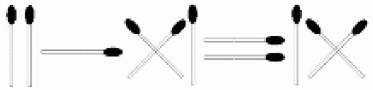
177. feladvány

Cserélj össze két-két dominót úgy, hogy a 9 dominón levő számokkal éppen egy 3 × 3-as bűvös négyzetet kapj. Ha ez sikerült, akkor a 9 bal oldali, illetve a 9 jobb oldali négyzet számaiból is egy-egy 3 × 3-as bűvös négyzet kell kialakuljon.



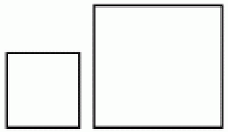
178. feladvány

Első ránézésre az alábbi gyufaegyenlőség hamisnak tűnik. Mégis, ha jobban figyelünk, egyetlen gyufaszál mozdítása nélkül is igaz egyenlőséget látunk. Hogyan lehet?



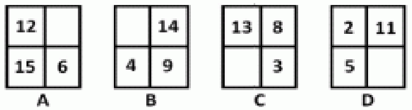
179. feladvány

A mellékelt ábrán két négyzetlap látható. Daraboljuk fel a nagyobbik négyzetlapot négy egymással kongruens darabra úgy, hogy ezeket a másik négyzetlappal hézagmentesen és fedés nélkül összeillesztve, szintén egy négyzetlapot kapjunk.



180. feladvány

Illeszd össze az alábbi négy számkártyát úgy, hogy egy 4 × 4-es bűvös négyzetet kapj. Eláruljuk, hogy a kártyalapok üres négyzeteibe, a 10; 1; 16 és 7 számokat kell beírnod, amelyek összege éppen a bűvös összeg.

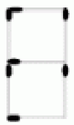


181. feladvány

Az ábrán látható 7 gyufaszálból kirakott téglalaphoz illessz hozzá még 4 gyufaszálat úgy, hogy:

a) négy négyzetet kapj;

b) öt négyzetet kapj.

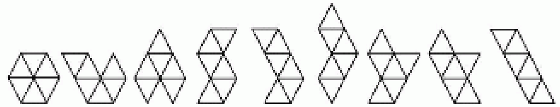


182. feladvány

Egy papírra leírtuk a 16 + 16 + 16 = 48 összeadást. Lehetséges-e, hogy más három egyforma szám segítségével összeadással szintén 48-at kapjunk?

183. feladvány

A *Trico*-nak nevezett kirakós játék 12 darabja közül tekintsük a következő 9-et:



Rakj ki a 9 darab maradéktalan felhasználásával, hézagmentesen és fedés nélkül egy szabályos hatszöget!

184. feladvány

Hány darab 3-as számjegyet kell leírnunk a 3333...34 számban, hogy az így kapott számot, ha önmagával megszorozzuk, akkor a kapott szám számjegyeinek az összege éppen 2005 legyen?

185. feladvány

Shee Lee Hoi úr Hon Kong leghíresebb vendéglőjének a tulajdonosa. Egyszer elhatározta, hogy úgy írja ki a nevét egyenes szakaszokból álló neoncsövekből, hogy aki látja, ebből megtudhassa a vendéglő telefonszámát is. Vajon mennyi a vendéglő telefonszáma?

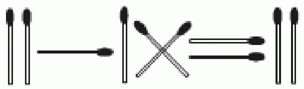
186. feladvány

Egy régi számítógép alaplapján a processzor sebességének állítását illetően, a mellékelt táblázat látható. Mivel az alaplap kissé már megkopott, az utolsó sorban szereplő beállítási paramétereket jelző számjegyek már nem láthatók. Vissza tudnád-e írni az utolsó sor hiányzó számjegyeit?

MHz	JP1	JP2	JP3	JP4	JP5	JP6
300	1	1	0	1	0	1
350	1	0	0	1	0	1
400	1	1	1	0	0	1
450	1	0	1	0	0	1
500	1	1	0	0	0	1
550						

187. feladvány

Első látásra a mellékelt gyufaegyenlőség nyilvánvalóan hamis. Mégis, egy kis csalafintasággal, gyufaszál mozdítása vagy hozzáadása nélkül is igaz egyenlőséget láthatunk. Hogyan lehet ez?

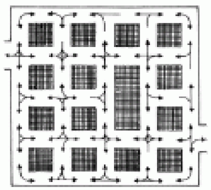


188. feladvány

Okos Domokos a 12 × 9 m-es téglalap alakú játszószobájának a padlóját szőnyeggel szeretné befedni. A boltban azonban csak egy 10 × 10 m-es és egy 1 × 8 m-es darab volt, mindkettő téglalap alakú és természetesen azonos típusú. Vajon sikerülhet-e tervét kivitelezni, ha csak az egyik szőnyegdarabot vághatja el két darabra, egyetlen összefüggő vágással? (A szőnyegek színe és fonákja nem egyforma, így nem szabad megfordítani!)

189. feladvány

A mellékelt ábrán egy park és a benne levő épületek alaprajza látható. A park utcáin közlekedni csak a nyilak által jelzett irányok szerint lehet. A bejárat a bal oldal felső felén, a kijárat a jobb oldal alsó felén található. Vajon létezik-e olyan útvonal, amelyen végighaladhatunk a bejárattól a kijáratig?



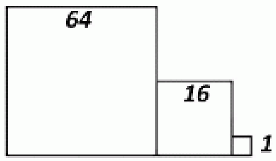
190. feladvány

Az angol ábécé nagy nyomtatott betűi közül pontosan egy talál a következő egyenlőségsorba. Melyik ez a betű? Indokolj!

$$\frac{V}{T} = \frac{K}{H} = \frac{N}{Z} = \frac{X}{L} = \frac{M}{?}$$

191. feladvány

Az ábrán három négyzetlapból alkotott alakzat látható. A négyzetlapok méretei rendre 64, 16, illetve 1 területegység. Oszd fel az ábrán látható alakzatot három részre úgy, hogy ezekből hézagmentesen és fedés nélkül egy négyzetlapot illeszthess össze!

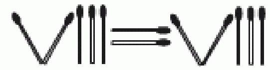


192. feladvány

Hogyan lehet valamiből kétszer ugyanazt és még ötöt elvenni úgy, hogy 951-et kapjunk? Mondj legalább öt különböző megoldást!

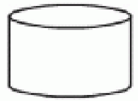
193. feladvány

Az ábrán látható 10 gyufaszálból kirakott egyenlőség nyilvánvaló. Mozdíts el 3 gyufaszálat úgy, hogy szintén helyes egyenlőséget kapj. (Gyufaszálat eltörni, egymásra helyezni, ugyanoda visszarakni, vagy csak arrébb tolni nem szabad!)



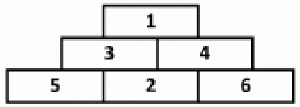
194. feladvány

Micimackó szülinapján egy egyenes körhenger alakú tortát csupán 3 vágással szeretnének 8 egyforma nagyságú szeletre felosztani. Tudnál-e segíteni az osztozkodásban? Keress több megoldást is!



195. feladvány

Az 1-től 6-ig számozott számkártyákból az ábrán levő számpiramist raktuk ki. A piramis azzal a tulajdonsággal rendelkezik, hogy bármely sorban, bármely két szomszédos kártyán levő szám különbségének az abszolút értéke éppen a két kártya fölött levő kártyán levő számmal egyenlő. Tudnál-e készíteni egy ugyanilyen számpiramist az 1-től 10-ig számozott kártyák esetén is?



196. feladvány

Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelyet a tízes számrendszerben két, nullától különböző számjeggyel többféleképpen is fel lehet írni?

197. feladvány

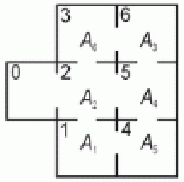
Hantás Balázs azzal dicsekszik, hogy tud készíteni egy akkora dobozt, hogy beleférjen akármi. Milyen mértékben lehet igaza Balázsnak, és mekkorára kell elkészítenie a dobozt?

198. feladvány

Egy sorozat első hét tagja közül leírtuk az első ötöt és a hetediket: **2, 6, 30, 210, 2310, ..., 510510**. Figyeld meg jól a szabályt, és írd be a hiányzó hatodik tagot!

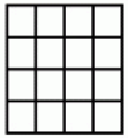
199. feladvány

A mellékelt ábrán egy garázs alaprajza látható. Sajnálatosan az A_1,…, A_6 autók nem a helyüknek megfelelő sorszám szerint parkoltak. Tudva azt, hogy az autók mozgásához elegendő hely van a garázsban, és mindegyik autó be tud hajtani a felszabaduló helyre, ellenben egy „téglalapban" csak egy autó fér el, próbáld helyükre vezetni az autókat. Természetesen a mozgások során a 0-val jelölt üres rész is felhasználható.



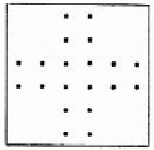
200. feladvány

Szülinapja alkalmából Anikó az ábrán látható csokitáblát kapta Beától. Sokáig tanakodtak, hogy miként lehetne a csokit a vonalak mentén minél kevesebb vágással 1 × 1-es darabokra vágni. Anna szerint 6 vágásra lenne szükség, de Bea erre rögtön nemet mondott. Vajon milyen megoldásra gondolt Bea?



201. feladvány

A mellékelt négyzetben szabályosan elrendezve 20 pontot helyeztünk el. Összesen hány négyzet lesz az ábrán, ha minden pontot minden ponttal összekötünk?

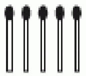


202. feladvány

Egy asztalon 5 gyufaszál van. Hogyan lehet ezek segítségével:

a) összeadással huszonegyet kapni;

b) kivonással kettőt kapni? Keress legalább 2-2 megoldást!

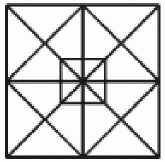


203. feladvány

Ékszerész Joe asztalán 5 láncdarab hever, mindegyik tartalmaz legalább három láncszemet. Ezekből egyetlen láncot szeretne elkészíteni úgy, hogy minél kevesebb láncszemet kelljen megbontania és visszaforrasztania. Egy idő után felsóhajt: úgy látszik muszáj lesz megbontanom legalább 4 láncszemet. A segédje, Bill odapillant Joe asztalára és kijelenti: elegendő csak 3 láncszemet megbontanod! Vajon mit látott Bill a Joe asztalán, és hogyan gondolkodott?

204. feladvány

Miután Csodapók megszőtte a mellékelt ábrán látható, 21 csomópontból és 44 szakaszból álló hálóját, hamarosan rájött, hogy vadászőrjárati szempontból ez nem megfelelő, hiszen azt szerette volna elérni, hogy bármelyik csomópontban tartózkodva, be tudja járni a hálója minden szakaszát úgy, hogy azokon pontosan egyszer haladjon végig, és visszajuthasson a kiindulási csomópontba. Legkevesebb hány szakaszt kell visszabontania a hálójából Csodapóknak ahhoz, hogy valóra váljon a terve?



205. feladvány

Az alábbi sorban a betűk és a számok egy bizonyos elgondolás alapján vannak elrendezve: **J1F8M1A0M1J0…** Mi a sor következő tíz tagja?

206. feladvány

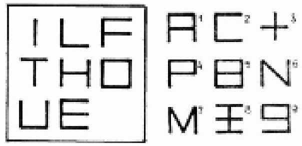
Legutóbb melyik esztendőben volt éppen ötvenöt hét?

207. feladvány

Hogyan tudsz három vonallal egy négyzetet rajzolni? Mutass négy különböző megoldást!

208. feladvány

Figyeld meg jól a keretben elhelyezkedő nyolc alakzatot! Hányas számú alakzat talál leginkább a keretben levő üres helyre? Válaszodat indokold.



209. feladvány

A **MISSISSIPPI** szó betűit egy jól meghatározott szabály szerint összecseréltük, és a **PSISIMISSPI** szót kaptuk. Milyen (értelmes vagy értelmetlen) szót kapunk, ha a **KILIMANJARO** szó betűit *ugyanazon* szabály szerint összecseréljük, ha tudjuk, hogy a következő szavak egyike adja a helyes megoldást:

(A) ANJAMKKILIOR **(B) RLIIMKOJNAA** **(C) JANAMKIRILO**

(D) ANMAIKOLIRJ **(E) RAONJMILIKA.**

210. feladvány

Nevezzük „ötletes” számoknak azokat a természetes számokat, amelyekben a számjegyek összege osztható 5-tel. Például ötletes számok az 5, 14, 19, 23, 28 stb. Az „ötletes” számok között hány egymás utáni „ötletes” számokból álló számpár van? Indokold meg a válaszod.

211. feladvány

Figyeld meg jól a keretben elhelyezkedő nyolc alakzatot. Hányas számú alakzat talál leginkább a keretben levő üres helyre? Válaszodat indokold.

212. feladvány

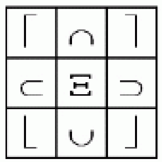
Tekintsük a következő számhármasokat: (3; 4; 5), (5; 12; 13), (7; 24; 25), (9; 40; 41), (*a*; *b*; *c*), (13; 84; 85), ... Figyeld meg jól a szabályt, és írd be az *a*, *b*, *c* betűk helyére a találó számokat! Tudnál-e általánosítani?

213. feladvány

Az ábrán látható négyzetben levő jelek az 1-től 9-ig terjedő számjegyeket jelölnek. Tudjuk, hogy

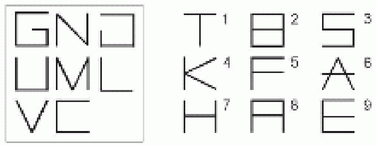
81 635 = ⌈∩⌉⊂Ξ

továbbá az 54 923 szám biztosan a következők valamelyike:
(*a*) Ξ⌉∩⌋⌉ (*b*) Ξ⌊∩⌉⌊ (*c*) Ξ⌊∩⌋⌈ (*d*) Ξ⌊∪⌈⌉ (*e*) Ξ⌊∪⌋⌉. Igazold, hogy a beírt jelek segítségével bűvös négyzetet kapunk, vagyis minden sorban, oszlopban és az átlók mentén a számok összege ugyanannyi!



214. feladvány

Figyeld meg a keretben elhelyezkedő nyolc alakzatot! Hányas számú alakzat talál leginkább a keretben levő üres helyre? Válaszodat indokold!

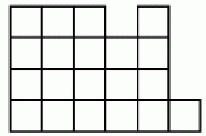


215. feladvány

A pozitív egész számokat a következőképpen csoportosítottuk: (1); (2, 3); (4, 5, 6); (7, 8, 9, 10); (11, 12, 13, 14, 15); ... Hányadik csoportban található a 2006, és a csoporton belül, balról számítva hányadik helyen van?

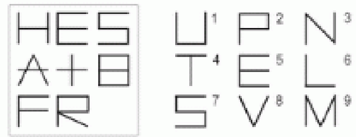
216. feladvány

Az ábrán egy megdézsmált rácsos sütemény látható, éppen 20 darab egyforma négyzetráccsal díszítve. Öt barát úgy szeretné egymás között testvériesen elosztani a süteményt, hogy mindegyikük sütije egy darabból álljon, éppen 4 rácsnégyzetet tartalmazzon, de mindegyikük más-más alakú sütit kapjon. Tudnál-e segíteni nekik?



217. feladvány

Figyeld meg a keretben elhelyezett nyolc alakzatot. Hányas számú alakzat talál leginkább a keretben levő üres helyre? Válaszodat indokold!



218. feladvány

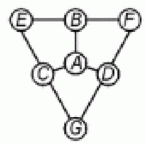
A pozitív egész számokból a következő törtsorozatot képezzük:

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{4}{3}, \frac{5}{2}, \frac{6}{1}, \frac{7}{4}, \frac{8}{3}, \frac{9}{2}, \frac{10}{1}, \ldots, \frac{2006}{?}.$$

Milyen számot írjunk a kérdőjel helyére? Válaszodat indokold!

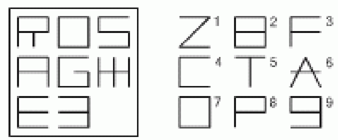
219. feladvány

Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 számjegyeket írjuk be az *A*, *B*, ..., *F*, *G* betűk helyére úgy, hogy a három sarokban levő négyzet csúcsaiban levő számok összege 15-15 legyen. Milyen szám kerül az *A* betű helyére? Válaszodat indokold!



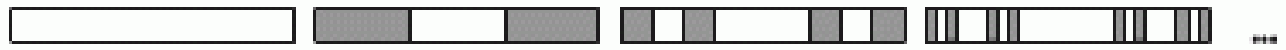
220. feladvány

Figyeld meg a keretben elhelyezett nyolc alakzatot. Hányas számú alakzat talál leginkább a keretben levő üres helyre? Indokold meg a válaszod!



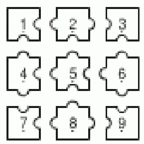
221. feladvány

Az ábra téglalapjait mindig az előző téglalapból származtatjuk. Az első sötét színű téglalapot három egyenlő téglalapra osztva, a középsőt világosra, a többit sötétre színezzük. Most a megmaradt sötét téglalapok esetén megismételjük meg az eljárást. Harmadik ismétlés után az ábra utolsó téglalapját kapjuk. Ha az eljárást tovább folytatjuk, hány téglalapból fog állni a 2007. helyen levő téglalap? Ezekből hány sötét és hány világos színű van?



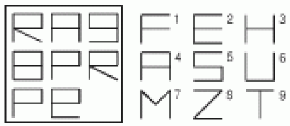
222. feladvány

A mellékelt ábrán látható 9 alakzat maradéktalan felhasználásával, ezek csúsztatásával vagy forgatásával, de a síkból való kiemelésük nélkül (tehát egy alakzatot nem fordíthatunk meg a „másik oldalára") hány különböző négyzet rakható össze hézagmentesen és fedés nélkül?



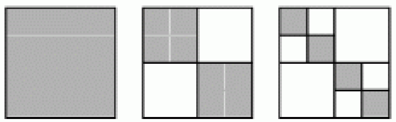
223. feladvány

Figyeld meg a keretben elhelyezett nyolc alakzatot! Hányas számú alakzat talál leginkább a keretben levő üres helyre? A válaszod indokold meg!



224. feladvány

A mellékelt ábra négyzetlapjait az előző négyzetlapból származtatjuk. Az első sötétszínű négyzetlapot négy egyforma részre osztjuk, majd a főátló mentén levő négyzetlapokat sötéten hagyjuk, a mellékátló mentén levőket pedig világosra festjük. Az eljárást másodszor is megismételve, a harmadik felosztást kapjuk. Ha az eljárást tovább folytatjuk, hány világos, hány sötét, illetve összesen hány négyzetlapból fog állni a 2007. nagy négyzetlap?

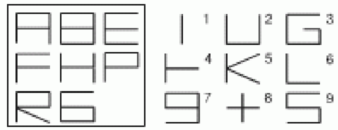


225. feladvány

Egy kocka alakú ízletes püspökkenyér mind a hat lapját csokoládéval vonták be. Hogyan lehet ezt elosztani 32 vendég között úgy, hogy mindenki ugyanakkora adagot kapjon, és egyúttal a csokival bevont felületekből is egyformán részesüljenek a vendégek?

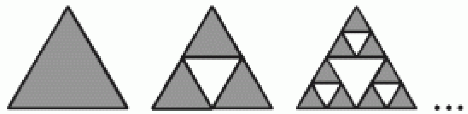
226. feladvány

Figyeld meg a keretben elhelyezett nyolc alakzatot! Hányas számú alakzat talál leginkább a keretben levő üres helyre? Indokold meg a válaszod!



227. feladvány

A mellékelt ábra háromszöglapjait az előző háromszöglapból származtatjuk. Az első sötétszínű háromszöglapot négy egyforma részre osztjuk, majd a középsőt fehérre festjük. Az eljárást másodszor is megismételve, a harmadik felosztást kapjuk. Ha az eljárást tovább folytatjuk, hány világos, hány sötét illetve összesen hány háromszögből fog állni a 2007. háromszöglap?

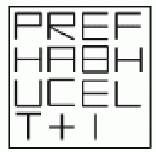


228. feladvány

Ki lehet-e rakni 4 különböző típusú dominóból egy olyan négyzetet, amelynek minden oldalán azonos számú pont szerepel?

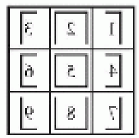
229. feladvány

Figyeld meg jól a keretben elhelyezett alakzatokat! Milyen alakzatot rajzolnál a keretben levő üres helyre? Válaszodat indokold.



230. feladvány

Április 1. egyik tömbház bejáratánál a kaputelefon billentyűzetét kissé módosították, lásd az 1. ábrát. A telefon használatához még a 2. ábrán látható használati utasítást függesztették ki. Ezen információ alapján vajon mely gombokat kell megnyomnod, ha a 6789-es kódszámot akarod tárcsázni? Válaszodat indokold.



1. ábra

2. ábra

231. feladvány

Az *abC, bcA, caB, cbA, acB, baC, Abc, BCa, CAb, CBA, ACb, BAc* betűsorról azt mondjuk, hogy „találnak egymással” mert: az {*a, b, c, A, B, C*} halmazból valók, mindegyik tag 3 különböző betűből áll, ezek közül az első kettő kisbetű és a harmadik nagybetű vagy fordítva, egyik betű sem ismétlődik. Az alábbi táblázatban összekeverve 20 különböző betűsorhoz tartozó tagok találhatók. Válogasd szét soronként a 20 betűsor tagjait!

	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*
1	*Bcab*	*bBb*	*BCbc*	*BCA*	*aCBCa*	*CacA*	*BCaCB*	*cABC*
2	*aBa*	*bCAb*	*AcbcA*	*bcAcb*	*bCa*	*bCBCb*	*bcAB*	*BcbcB*
3	*BCab*	*cBCAc*	*cCc*	*BCaBC*	*bcAac*	*cab*	*bcAbc*	*bBcBb*
4	*bcBC*	*CAbAC*	*CAbCA*	*bCBc*	*bCaBc*	*BCaAc*	*BcA*	*bcacAB*
5	*bca*	*CbcaC*	*bCAB*	*BcAbC*	*BbB*	*CabC*	*BCaacB*	*cCACc*
6	*cACAc*	*abA*	*BbCbB*	*cAAc*	*CABABc*	*CAbBa*	*BcbC*	*CaB*
7	*aCABa*	*caBbA*	*CAB*	*bCAACb*	*Cabc*	*cAc*	*BacaB*	*CabbaC*
8	*cABc*	*bCCb*	*BCABab*	*Ccc*	*CAca*	*cababC*	*CaaC*	*CcacC*
9	*cAbCa*	*cAb*	*cACa*	*CaBcA*	*BcaB*	*caBac*	*CaC*	*cABBAc*
10	*BccB*	*caBca*	*CAbc*	*bACAb*	*AcabA*	*caCA*	*CacaC*	*caBC*

232. feladvány

Az ABACUS szóból, az S betű ismétlődését kizárva az ABACUSUCABA ún. palindrom szót képezzük. Az egymásmelletti A betű ismétlődését kizárva folyamatosan egymásmellé írunk ilyen szavakat: **ABACUSUCABABACUSUCABA…** Milyen betű áll a 2007. helyen?

233. feladvány

Három jó barát, Halász, Vadász, Madarász, akik foglalkozása valamilyen sorrendben halász, vadász, madarász együtt indultak zsákmányszerző útjukra. Velük tartott még Halász Úr, Vadász Úr, és Madarász Úr. Továbbá tudjuk, hogy:

(1) Vadász Úr Dugóváron lakik.
(2) A vadász éppen félúton lakik Dugóvár és Cérnahalom között.
(3) Madarász Úr pontosan 4 gyereknek az apja.
(4) A vadász közvetlen szomszédja az egyik Úr, aki háromszor annyi gyereknek az apja, mint a vadász.
(5) Halász mindig hamarabb érkezik haza, mint a halász!
(6) A vadásszal azonos nevű Úr Cérnahalmon lakik.

Hogy hívják a halászt, a vadászt és a madarászt?

234. feladvány

Az *a, b, c, d, e, f, g, h, i* számokkal olyan 3 × 3-as bűvös négyzetet készítünk, amelyben a bűvös összeg 2007 (vagyis minden sor, minden oszlop és a két átló mentén levő számok összege rendre 2007). Igazold, hogy minden esetben $e = 669$!

a	*b*	*c*
d	*e*	*f*
g	*h*	*i*

235. feladvány

Egy személy a következőket állítja: „Tegnap este a családi ünnepség alkalmából összegyűltünk mi három apuka mindegyik a saját fiával, három leány az anyjukkal együtt, minden gyereknek két-két osztálytársa és három szomszéd. A feleségemmel és gyerekekkel, háziakkal és meghívottakkal együtt éppen 8-an voltunk.” Hogy lehet ez?

236. feladvány

Az ábrán látható bűvös négyzet minden sorában, minden oszlopában és az átlók mentén a számok összege ugyanannyi (ez a bűvös összeg). A számok közül csak 3 látható. Milyen számokat kell beírni az *a, b, c, d, e, f* betűk helyére? Indokold meg a válaszodat!

9	*a*	**7**
b	*c*	*d*
e	*f*	**5**

237. feladvány

Péternek is és Pálnak is egy-egy 4 m × 6 m-es kis háza van. Mindketten kutyával (K_1 *és* K_2) őriztetik, és mindketten a kutyájuk nyakába egy-egy 10 m hosszú láncot tettek, ellenben a kutyáikat különböző helyre kötötték ki. Péter a jobb felső sarokhoz, Pál a felső él közepéhez, ahogyan a mellékelt ábra mutatja. A kutyák által bejárható telekrészek közül melyiknek nagyobb a kerülete? Hát a területe? (A két telek annyira távol van egymástól, hogy a kutyák nem találkozhatnak.)

238. feladvány

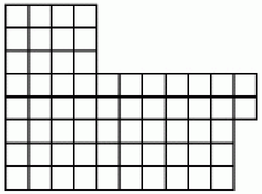
Egy személy a következőt állítja: „Édesapám azt mondta, hogy a fényképen látható személy egyetlen lánya éppen leánytestvére az édesanyám édesanyja egyetlen leányának.” Nos, ki látható a fényképen?

239. feladvány

Az ABACUSLAP szó minden betűje egy-egy számot jelöl, az azonos betűk azonosat, a különböző betűk különbözőt. Készíthetünk-e a 9 számot képviselő betűkkel egy 3 × 3-as bűvös négyzetet úgy, hogy a középső mezőbe csak az **A** betűnek megfelelő szám kerüljön? (Egy bűvös négyzetben mindhárom sor, mindhárom oszlop és mindkét átló mentén a számok összege ugyanannyi, ez a bűvös összeg.)

240. feladvány

Az ábrán látható 64 kisnégyzetből álló síkidomot egyetlen vágással darabold két részre úgy, hogy a darabokból egy négyzetlapot illeszthess össze!



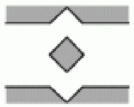
241. feladvány

Ismert, hogy egy bűvös négyzetben a sorok, az oszlopok és az átlók mentén levő számok összege ugyanannyi, ez a bűvös összeg. Az ábrán egy 3 × 3-as összegállandós bűvös négyzet látható. Léteznek még úgynevezett „szorzatállandós” (vagy geometriai) bűvös négyzetek, amelyekben a sorok, oszlopok és átlók mentén a számok szorzata állandó, ez a bűvös szorzat. Szerkessz egy 3 × 3-as, csupa különböző számokból álló szorzatállandós bűvös négyzetet, amelyben jelen vannak a 2007, 2008 számok, valamint egy tetszőleges *a* szám is!

2	9	4
7	5	3
6	1	8

242. feladvány

A mellékelt ábrán egy vízcsatorna látható, a víz közepén egy kis négyzet alakú „sziget”, körülötte mély víz folyik. Az egyik parton 2 egyforma tömegű munkás van, kezükben 4 egyforma alakú, méretű és tömegű deszka, ellenben ezek hossza éppen egy picivel rövidebb, mint a part bármely pontjától a négyzet bármely pontjáig mért távolság. Úgy szeretnék elhelyezni a deszkákat, hogy átmehessenek rajta a túlsó partra. Tudnál-e segíteni nekik?

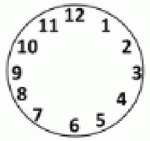


243. feladvány

Egy táblára egymás mellé folyamatosan felírjuk az ABACUS szót pontosan 2007-szer. Ekkor ez olvasható: **ABACUSABACUS...ABACUS** Ezután minden olyan betűt letörölünk, amelyik páratlan helyen áll, majd ha a sor végére értünk, akkor megint kezdjük elölről, és ezt addig végezzük, amíg egyetlen betű marad a táblán. Melyik ez a betű?

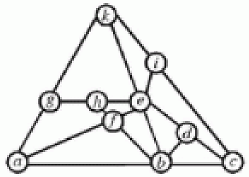
244. feladvány

Oszd fel a mellékelt ábrán látható óra számlapját két egyenessel három tartományra úgy, hogy az ezekben található számok összege ugyanannyi legyen!



245. feladvány

A mellékelt ábrán *a*, *b*, ..., *k* olyan számok, amelyekre a tíz egyenes mindegyikén a számok összege 15. Igazold, hogy a 10 szám közül kettőnek mindig ugyanannyi az értéke! Melyik ez a kettő, és mennyi az értékük?



246. feladvány

Három gyermekről és testvéreikről a következőket tudjuk:

(1) Antinak ugyanannyi leánytestvére van, mint fiútestvére.
(2) Bélának kétszer annyi leánytestvére van, mint fiútestvére.
(3) Csabának családjában ugyanannyi leány van, mint fiú.

Hány gyermek van Anti, Béla, illetve Csaba családjában, ha összesen csak két leány van?

247. feladvány

Ki lehet-e rakni olyan igaz gyufaegyenlőséget, amely összesen két műveletjelt tartalmaz, és elvégezve a következő módosítások valamelyikét: az egyenlőség bármelyik oldaláról elvehető egy gyufaszál, vagy bármelyik oldalához hozzáadható egy gyufaszál, vagy bármelyik oldalról a másikra áthelyezhető egy gyufaszál, az egyenlőség igaz maradjon?

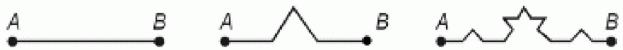
248. feladvány

Okos Domokos a 6; 7; 8; 9 számozású kártyák mindegyikéből négy-négy darabot tartogat a kezében és azt állítja, hogy ezeket el tudja rendezni négy sorba és négy oszlopba úgy, hogy mindegyik sorba, mindegyik oszlopba és a két átló mentén mind a négy fajta kártyából pontosan egy-egy legyen. Ravasz Peti elkért tőle mindegyikből egy-egy kártyát, és a mellékelt ábrán látható módon elhelyezte. Ilyen feltételek mellett vajon meg tudja-e valósítani tervét Okos Domokos?

7			
			8
	6		
		9	

249. feladvány

Az első ábrán látható *AB* szakasz hossza $l_1 = 1$ m. A szakaszt 3 egyenlő részre osztjuk, és a közbülső harmadot két ugyanakkora szakasszal helyettesítjük a második ábrán látható módon, így a kapott *AB* törött vonal hossza $l_2 = \frac{4}{3}$ m lesz. Az előző eljárást mind a négy kongruens szakasz esetén megismételjük, és így kapjuk a harmadik ábrán látható l_3 hosszúságú *AB* törött vonalat.



Az eljárást tetszőlegesen sokszor tovább folytatjuk, és a keletkezett töröttvonalak hosszát rendre $l_4, l_5, l_6, \ldots$ jelöli. Igazoljuk, hogy $l_{2008} > 12^{223}$.

250. feladvány

Hogyan tudnál elültetni 9 facsemetét 8 sorba úgy, hogy minden sorban 3-3 facsemete legyen? Hát 9 facsemetét 10 sorba úgy, hogy minden sorban 3-3 facsemete legyen? Ha tudsz, mutass több különböző megoldást! (Egy sor alatt, egy egyenest értük.)

Megfejtések

1. feladvány

Például 5-öt, ugyanis minden esetben az illető sokszög oldalainak (vagy csúcsainak) száma és a beírt szám összege 8.

2. feladvány

Az egyes egyenlőségek akkor állnak fenn, ha a világos sokszögek oldalainak (vagy csúcsainak) számát összeadjuk, és esetenként a sötét sokszögek oldalainak (vagy csúcsainak) számát kivonjuk. Így 4 + 4 – 3 = 5, vagyis a kérdőjel helyére az 5-ös számot írhatjuk.

3. feladvány

Az 1. csoportban levő betűknek csak függőleges szimmetriatengelyük van. A 2. csoportban levő betűknek csak vízszintes szimmetriatengelyük van. A 3. csoport betűi szimmetria-középponttal rendelkeznek. A 4. csoportban levő betűknek van vízszintes és függőleges szimmetriatengelyük és szimmetria középpontjuk is. Az 5. csoportba azok a betűk tartoznak (a 26 betű közül), amelyek nem tartoznak az előző csoportok egyikéhez sem, vagyis nincs semmilyen szimmetria tulajdonságuk.

4. feladvány

Az egyes alakzatok fölött, illetve alatt az illető alakzat kezdő, illetve utolsó betűje áll. Az alakzatban a nevük első és utolsó betűi között levő betűk száma található. (A dupla betűk mindkét betűjét külön számoljuk.) Tehát a KÖR alá az R betűt, míg a **H**ÁROMSZÖ**G**-be a 7-es számot írjuk.

5. feladvány

Írjuk fel szótagonként pl. az első szót, így könnyen megjegyezhetjük: MA-VA-NA-SZA-VA-NA. Megfigyelhető, hogy a többi 5 szót mindig az előzőből kapjuk úgy, hogy az előző szó első szótagját a szó végére írjuk. (Úgymond a szótagokat „cirkulárisan permutáltuk”, azaz sorrendjüket „körkörösen” változtatjuk. Ezt az eljárást *ciklikus permutációnak* is nevezik.)

6. feladvány

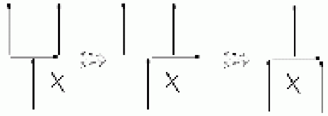
Egy kis humorral és találékonysággal valamelyik + jelből 4-est képezhetünk. Így a megfejtés: 545 + 5 = 550, illetve 5 + 545 = 550.

7. feladvány

Ha például az R betűt írjuk be, akkor a KARALÁBÉ szó olvasható ki.

8. feladvány

A mozdításokat a következő ábrasoron láthatjuk:



9. feladvány

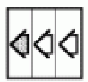
A szempont inkább formai, mintsem tartalmi szempont. A számsorban azok a számok vannak növekvő sorrendben felsorolva, amelyek egyetlen szótagból állnak: egy, négy, öt, hat, hét, nyolc, tíz, húsz. A hiányzó a 100 (száz).

10. feladvány

Vegyük észre, hogy a sorozat szimbólumait rendre a nagy nyomtatott B, C, D és E betűkből úgy kapjuk, hogy felváltva balról meg jobbról, odaillesszük ezek tükörképeit. Ezért a következő két szimbólumot az F, illetve a G betűkből bal, illetve jobb oldali tükörképük összeillesztésével kapjuk: .

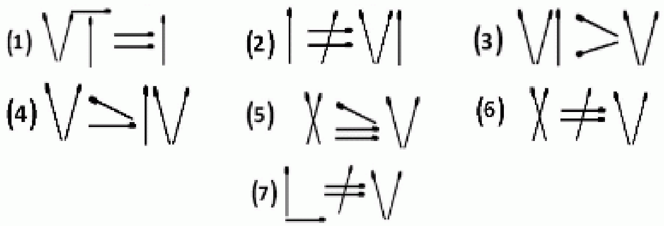
11. feladvány

Észreveheted, hogy a satírozott nyíl bal oldalán levő világos nyilak ezzel ellentétes irányúak, míg a jobb oldalán levő világos nyilak ezzel megegyező irányúak. Továbbá a satírozott nyíl jobb oldalán rendre 0, 1, 2, 0, 1, 2 fehér színű nyíl van. Ezek alapján az utolsó „filmkocka" kitöltése:



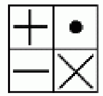
12. feladvány

Egy kis ravaszsággal lássunk néhány megoldást. (Ezek többféleképpen is előállíthatók.)



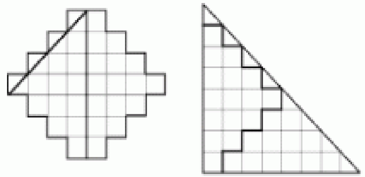
13. feladvány

Észrevehető, hogy a jelek körkörösen cserélik a helyüket: egyidőben a • és – jel az órajárással ellentétes irányban, a + és × jel pedig az órajárással megegyező irányban mozdul el, egy-egy hellyel. Tehát az utolsó rajz így néz ki.



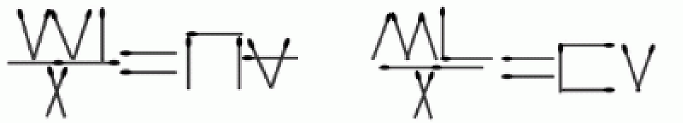
14. feladvány

A mellékelt ábrán bejelöltünk egy megoldást, amely azt mutatja, hogyan lehet az első alakzat darabolásával megkapni a másodikat. Feltétlen fel kell figyelnünk arra, hogy a két alakzat területe megegyezik, ugyanis ez előfeltétele az átdarabolásnak.



15. feladvány

Először is fordítsuk el a lapot 180°-kal. Ez esetben az első ábrát kapjuk.



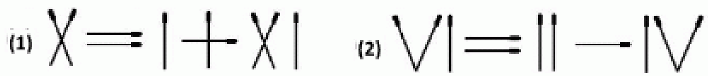
A megfelelő gyufaszálak elmozdításával a második ábrát kapjuk, ami valóban igaz állítás: $\frac{1050}{10} = 105$.

16. feladvány

Egy lehetséges megoldás a következő: 4 × (4 + 5,5) = 38.

17. feladvány

Az (1) esetben helyezzünk egy tükröt akár a kijelentés bal, akár a jobb oldalára, vagy éppen föléje, és nézzünk bele a tükörbe. Íme, igaz állítást látunk! A (2) esetben a tükröt helyezzük a kijelentés után! Ez esetben is igaz állítást mutat a tükör.



18. feladvány

A válasz tagadó, ugyanis a feltüntetett méretek alapján a négyzet területe: (5 + 3) × (5 + 3) = 64 négyzetegység, míg – amennyiben a darabok átrendezhetőek lennének úgy, ahogy az ábra mutatja – a téglalap területe $(5 + 8) \times 5 = 65$ négyzetegység. Számítással ellenőrizhető, hogy a téglalap összerakásakor középen „hézag" keletkezik, ami éppen 1 négyzetegység.

19. feladvány

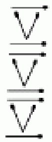
Megfigyelhetjük, hogy az (1), (2) és (3) alakzat esetén, ha valamelyiket elforgathatjuk a középpontja körül, akkor megkapjuk a másikat. A (4) rajz esetén ez nem érvényes, tehát ez a „kakukktojás".

20. feladvány

Figyeljük meg a következőket: a „filmkockákba" beírt számsorozat rendre fenn, lenn, középen, fenn, lenn, ... van; minden „filmkockában" a jobb oldali szám a bal oldali számnak az a hatványa, amennyi a közbülső szám. Továbbá a „filmkockák" első számai a 11, 9, 7, 5, 3 sorozat elemei, valamint a közbülső számai az 1, 2, 3, 4, 5 sorozat elemei. Ezért tehát az utolsó „filmkocka" középső sorozata: 1, 6, 1^6 , azaz 1, 6, 1.

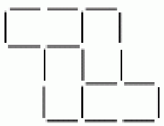
21. feladvány

Érdemes odafigyelnünk a „mindhárom sorban öt-öt legyen" megfogalmazásra, ami nem feltétlen azt jelenti, hogy „öt gyufaszál legyen" mindegyik sorban. Ezért egy kis humorral és találékonysággal belátható az ábra szerinti elrendezés.



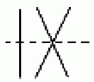
22. feladvány

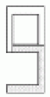
A megoldást a következő ábra mutatja:



23. feladvány

Egy kis humorral kideríthető, hogy inkább szójátékról van szó, mint számolásról. Három megoldást is adhatunk: KILENC szót osztjuk egyenlő számú betűre, vagy a római kilencest kettévágjuk, vagy a vonalakból kirakott arab kilencest vágjuk egyforma darabokra.





24. feladvány

Az (1), (2) és (3) alakzat után a (B) alakzat illik, ugyanis a (3) alakzatot az (1) alakzatból úgy kapjuk meg, hogy a kört (arcot) „alapján álló" (Δ) háromszöggel, és

a Λ típusú jeleket körrel helyettesítjük. Analógia alapján, ha a (3) rajz négyzetarcot az (A), (B), (C) és (D) választási lehetőségekkel helyettesíteni kell, akkor a (2) rajzban szereplő V típusú jelek miatt ez „csúcson álló" (∇) háromszög kell, hogy legyen, a V jeleket pedig négyzetekre kell cserélnünk.

25. feladvány

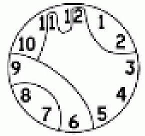
Az egyenlőségek jobb oldalán minden esetben azon szám négyzetének tükörképe látható, ami az „*a*" betű jobb alsó sarkánál van. Ezért, mivel $6^2 = 36$, természetesen $a_6 = 63$.

26. feladvány

Megfigyelhető, hogy egyes szavak kezdőbetűi megegyeznek más szavak utolsó betűivel. Ebből kifolyólag természetes lehet, hogy olyan kapcsolatot létesítsünk, amelyik azt fejezi ki, hogy az első szó utolsó betűje megegyezik a második szó első betűjével. Ekkor (és csak ekkor) nyíl vezet az első szótól a második felé. Ennek alapján A = ablak, B = óra, C = dió, D = asztal, E = ló és F = kutya.

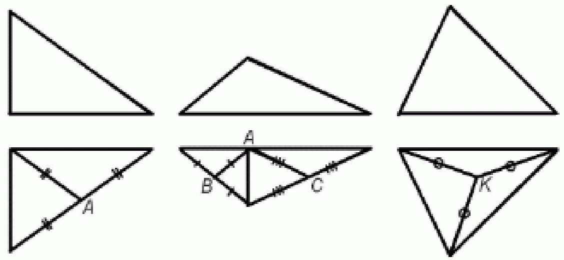
27. feladvány

A feladat egyik megoldása a következő ábrán látható:



28. feladvány

A következő ábrákon már meg is adtuk a kért feldarabolásokat. Az első esetben az A pont az átfogó felezőpontja. A második esetben az A pont a tompaszög csúcsából bocsátott merőleges talppontja, a B és C pontok ugyancsak oldalfelező pontok. A harmadik esetben a K pont a háromszög szakaszfelező-merőlegeseinek metszéspontja. Minden esetben a kongruens szakaszokat azonos jellel jelöltük.



29. feladvány

Észrevehető, hogy a négyzetben látható rajzok egyike sem tartalmaz egymásra merőleges szakaszokat (derékszöget), továbbá az 1, 2, 3, 4, 5. ábrák közül csak a 2. ábra rendelkezik ezzel a tulajdonsággal, tehát ez talál az üres négyzetbe.

30. feladvány

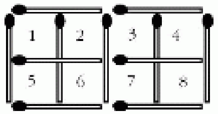
Egy csoportba tálálnak: MEREM, TALÁLAT, KEREK, GÖRÖG. A szavak tükörszavak (palindrom vagy sátidrof), ugyanis jobbról is és balról is ugyanazon szavakat olvashatjuk ki. Egy másik csoportba tartoznak: MOZI, UTAS, LÚD, KERÉK. Ezek a szavak nem tükörszavak, de akár jobbról, akár balról olvasva értelmes szavakat kapunk. Egy harmadik csoportba tartoznak: TŰZ, FAL, NYÚL, TEREM. A szavak mindegyike többjelentésű. Egy negyedik csoportba tartoznak a KELLÉK, RÖPPEN, VARRAT, DOBBAN szavak. Mindegyikében van hosszú egyjegyű mássalhangzó.

31. feladvány

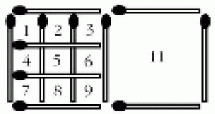
Egy szempont a következő: megfigyelhető, hogy az 1, 2, 4, és 5. ábra esetén a rajzok a síkot minden esetben 5 közös rész nélküli (diszjunkt) részre osztják, míg a 3. ábra a síkot 8 diszjunkt tartományra osztja, ezért ez a „kakukktojás".

32. feladvány

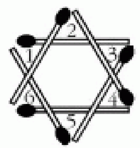
a) Az első ábrán az (1, 2, 5, 6), (2, 3, 6, 7) és (3, 4, 7, 8) „kis négyzetekből" álló „nagy négyzetekkel" együtt van 11 db. A második ábrán az (1, 2, ..., 8, 9) „kis négyzetekből" álló alakzat is egy négyzet.



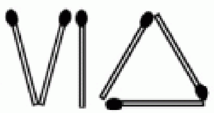
vagy



b) A megfejtés az ábrán látható:



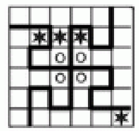
vagy



c) Ismét egy kis humor kell. Ugyanaz a kirakás, mint az előző pont első megoldása, csupán most a két „nagy" szabályos háromszöget is beszámolhatjuk.

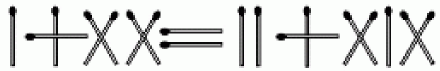
33. feladvány

Egy lehetséges feldarabolás a következő ábrán látható:

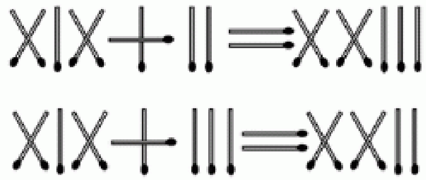


34. feladvány

1. megoldás:



2. megoldás: „felülről" nézve az első ábrát látjuk, majd a megoldást a második ábrán:



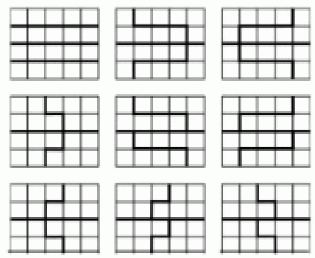
35. feladvány

Alaposan megfigyelve a számok közti kapcsolatot, valamint azt, hogy $1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 25 = 5^2 = (1 \times 4 + 1)^2$, $2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = 121 = 11^2 = (2 \times 5 + 1)^2$, $3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1 = 361 = 19^2 = (3 \times 6 + 1)^2$, és így tovább, felírható, hogy:

$2012 \times 2013 \times 2014 \times 2015 + 1 = (2012 \times 2015 + 1)^2$.

36. feladvány

Itt csak néhány megoldást mutatunk be. Még nagyon sok megoldás adható úgy, hogy a „középső vízszintes vonal" fölötti és alatti felosztásokat a bemutatott ábrák szerint különféleképpen kombináljuk.



37. feladvány

Meg lehet sütni mindössze 15 perc alatt is. Tegyünk a serpenyőbe 3 fasírtot. Ezek 1-1 oldala 5 perc alatt sül meg. Ezután kivesszük az egyik fasírtot, helyette a negyedik fasírtot tesszük be, a bennmaradó kettőt pedig megfordítjuk. Újabb 5 perc elteltével 2 fasírtnak mindkét oldala meg lesz sülve, az újonnan betett, meg a kivett fasírtnak 1-1 oldala sületlen. Ha most ezeket tesszük a serpenyőbe, akkor újabb 5 perc alatt ezek is megsülnek.

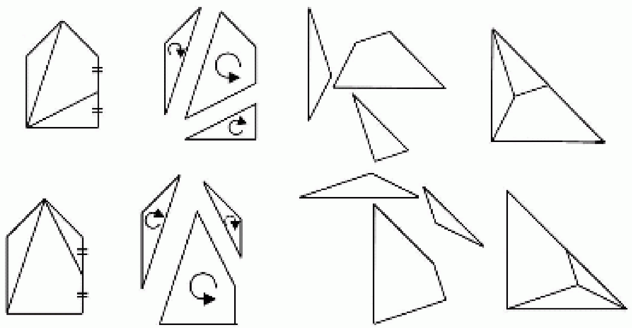
Megjegyzés. Könnyen látható az is, hogy bár a fenti módszer elég ügyes, mégsem tudjuk a 15 percet csökkenteni. A serpenyőben a fasírtoknak egyszerre 3 „oldala” sül, tehát a 4 fasírt 8 „oldalát” nem tudjuk megsütni kétszerre, csak legalább háromszorra. Másrészt az is látszik, hogy a 15 perc alatt elkészíthető fasírtok számát növelni nem tudjuk, hiszen ha 5 fasírtot akarnánk készíteni, akkor az már 10 „oldalt” jelentene, és ehhez már legalább négyszeri sütésre van szükség.

38. feladvány

Alaposan megfigyelve a három helyzetet kijelenthető, hogy: Az 1. helyzet alsó lapján 1-es, bal hátsó lapján 4-es, jobb hátsó lapján 6-os van. A 2. helyzet alsó lapján 5-ös, bal hátsó lapján 8-as, jobb hátsó lapján 4-es van. A 3. helyzet alsó lapján 0, bal hátsó lapján 6-os, jobb hátsó lapján 8-as van.

39. feladvány

A szimmetriától eltekintve 2 megoldást mutatunk be. Az átdarabolhatóságok tényleges lehetőségének megvizsgálása érdekében célszerű az eredeti és az „átdarabolt” alakzatok területének kiszámítása, ezeknek egyezniük kell! (Pl. a négyzet oldalát 2 egységnek véve a Pitagorasz-tétel segítségével könnyen számolhatunk.)



40. feladvány

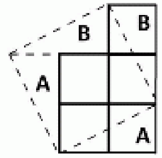
Mindegyik alakzat a síkot 5 diszjunkt tartományra osztja, kivéve a 4. ábrát, amely csak 4 diszjunkt tartományra osztja. Tehát a 4. ábra a kakukktojás.

41. feladvány

Figyeljük meg a már leírt csoportok számainak összegét: $1 = 1$, $3 + 5 = 8 = 2^3$, $7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$, $13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$. Innen már könnyen rájöhetünk arra (anélkül, hogy tudnánk, mely számok kerülnek a századik csoportba!), hogy a 100. csoportba írt számok összege éppen 100^3, vagyis 1 000 000.

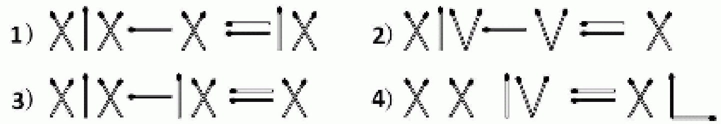
42. feladvány

A kért feldarabolást a mellékelt ábrán szemléltetjük, ahol A-val, illetve B-vel jelöltük a két, elmozdítandó „darabkát” (a „régi” és az „új” helyzetükben is). A szaggatott vonallal rajzolt alakzat valóban négyzet, ezt legkönnyebben a pótszögek összegével igazolhatjuk.



43. feladvány

Íme négy megoldás:



44. feladvány

A kérdés könnyebb megválaszolása érdekében, javasoljuk az Olvasónak, hogy készítse el papírból az ábra kockahálózatát, és próbálja „kockának összetűrni”. Így még könnyebben belátható, hogy a (c) semmiképpen sem jó, mert a kockahálózaton a 2 és a 4 nem tudnak összetűréssel sem egymás mellé kerülni. Az (a) sem jó, mert a kockahálózaton a 64 és a 2 „azonos állású”, míg az (a) ábrán nem (egyikük el van forgatva). A (d) sem jó, ugyanis a hálózat összetűrése után, amenynyiben a 8, 4, 64 számok közül valamelyik kettő jó helyen lenne, a harmadik már nem lesz jó helyen. Tehát a (b) a keresett kocka.

45. feladvány

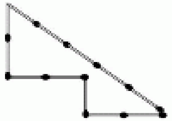
Íme egy lehetséges megoldás:

1	9	16	7	12	5	4	11
8	15	10	2	13	6	3	14

46. feladvány

Írjuk le növekvő sorrendbe, a keretben levő számokat. Könnyen észrevehető, hogy az egymást követő számok 12-vel növekednek, mind a 2, 14, 26, 38, 50, mind a 74, 86, 98 számok esetén. Így a hiányzó szám a $50 + 12 = 74 - 12 = 62$.

47. feladvány



Megoldás lehet pl. a mellékelt ábrán látható „csonka" derékszögű háromszög, amelynek területe

$3 \times 4 : 2 - 2 = 6 - 2 = 4$ gyufanégyzet.

48. feladvány

Nyilvánvalóan leghamarabb levágunk egy 1 kg-os darabot. A 2 kg-os darabot nem kell levágnunk, vagyis ha vágunk egy 3 kg-os darabot, a kétkarú mérlegen (egyik serpenyőjére az 1 kg-ot, a másikra a 3 kg-ot téve), meg tudunk mérni 2 kg-ot is. Hasonlóan folytatjuk a gondolkodást: 1 kg + 3 kg = 4 kg, így az 5 kg-ot megint „különbségből" állítjuk elő, 5 kg = 9 kg – (3 kg + 1 kg), vagyis egy 9 kg-os darabot vágunk le. Könnyen ellenőrizhető, hogy az 1, 3, 9 kg-os tömegekkel, bármely 1 kg és 13 kg közötti egész kilónyi mennyiség megmérhető. A negyedik darab 40 kg – (1 kg + 3 kg + 9 kg) = 27 kg. Továbbá könnyen ellenőrizhető, hogy 13 kg és 40 kg között is bármely egész kilónyi mennyiség megmérhető, hiszen 14 = 27 – 13, 15 = 27 – 12 stb. és a kisebbítendőben szereplő mennyiség már lemérhető.

49. feladvány

Az 1. mérleg akkor is egyensúlyban marad, ha mind a két oldalról leveszünk 1-1 ■ alakzatot, akkor ●● = ■▲. Így, ha mind a két oldalon levő serpenyőbe 1-1 ● alakzatot teszünk: ●●● = ●■▲ és észrevehető, hogy ●▲■ = ●●●, így a 3. mérleget a 2. mérlegtől függetlenül, egy ● alakzattal kell egyensúlyba hozni.

50. feladvány

A sorokban elhelyezkedő számok elrendezése indokolja, hogy szemügyre vegyük az (1, 2, 3, 4, 5); (2, 3, 4, 5, 1); (3, 4, 5, 1, 2); (4, 5, 1, 2, 3); (5, 1, 2, 3, 4) ún. körkörös (cirkuláris) permutációkat. Ezek közül valamelyik hármat úgy kell elhelyeznünk, hogy az átlókon se legyenek ismétlődő számok. Ha a táblázat harmadik sorába (5, 1, 2, 3, 4)-et, a negyedik sorába (3, 4, 5, 1, 2)-t és a legalsó sorába (1, 2, 3, 4, 5)-öt írunk, a kitöltés megfelel a feltételeknek.

51. feladvány

A megoldás céljából feltételezzük, hogy a fémlemez homogén, így felhasználjuk azt, hogy a fémlemez tömege és felületének a területe egyenesen arányosak. Ezért Jancsi így is okoskodhatott: Kimegy az udvarra, és abból a fémlemezből amelyből a szabálytalan alakzat származik, kivág pl. egy 10 cm méretű négyzetlapot lemezt. Így felírhatja a következő hármasszabályt, miután lemérte mind a szabálytalan lap tömegét (legyen ez m_{sz}), valamint a négyzetlap tömegét (legyen ez m_n):

m_n .... 100 cm²

m_{sz} .... x cm²

Innen $x = \dfrac{100 \cdot m_{sz}}{m_n}$ pontosan a keresett terület mérőszáma.

52. feladvány

Az ún. fordított út módszerét alkalmazzuk. A 25 „gomb" közül számozzuk 25.-nek a legutolsó, • gombot, majd 24.-nek azt, amelyiknek az utasítása a 25.-hez vezet, majd 23.-nak számozzuk azt, amelyiknek az utasítása a 24.-hez vezet. Az eljárást addig folytatjuk, míg az 1. számhoz el nem jutunk. Ez azt jelzi, hogy ezt a gombot kell legelőször megnyomni, utána a 2.-ot, ..., végül a 25.-et. Tehát legelőször, a második sor harmadik oszlopában elhelyezkedő „3L" utasítású gombot kell megnyomni.

3J 17	4L 19	2B 16	2B 18	2L 23
3J 10	3J 12	3L 1	2B 11	2L 13
1J 6	1L 7	• 25	3B 5	2B 24
2F 9	1B 8	3F 15	1F 4	2B 14
4J 21	1B 20	1J 2	1F 3	4F 22

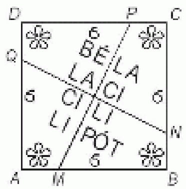
53. feladvány

Az alakzatok ebben a sorrendben követik egymást: háromszög, plusz, kör, csillag, négyzet. Ezután hagyjuk ki sorra az első alakzatot, majd a másodikat, majd a harmadikat stb., és tegyük a „sor" végére az „elhagyott" alakzatot, bekarikázva. Az előbbi szabály alapján a kérdőjel helyére a négyzetet (■) kell rajzolni.

54. feladvány

Állítsuk a gépeket egymás mellé, és pl. balról jobbra számozzuk meg őket 1-től 10-ig. Ezután gyűjtsünk be az 1-es géptől 1 db, a 2-es géptől 2 db, ..., a 10-es géptől 10 db pénzérmét. Ez összesen 1 + 2 + 3 + ... + 9 + 10 = 55 érme. Ha egy gép sem lenne elromolva, az össztömegük 55 · 6 = 330 g lenne. Mivel azonban egyik gép éppen 1 g-mal nehezebb pénzérméket nyom, így lemérve az 55 érme tömegét, amennyivel több grammot nyom mint 330 g, éppen az „annyiadik" sorszámú gép a hibás (hiszen a begyűjtött pénzérmék száma – az egyes gépektől – éppen ezek sorrendjére is utal).

55. feladvány



Az $ABCD$ négyzet alakú torta AB, BC, CD, DA oldalain rendre vegyük fel az M, N, P, Q pontokat úgy, hogy $AM = BN = CP = DQ$, és még figyelembe véve azt is, hogy a keletkezett négy, kongruens négyszögrészbe „beleessenek" az azonos minták (díszítőelemek), továbbá a négy gyermek neve is (lásd a mellékelt ábrát).

56. feladvány

Figyeljük meg, hogy a helyzetüktől függetlenül, az **A**, **B**, **C**, **D** díszek esetén, a díszeket látható csillagok száma a holdak számának kétszerese. Az **E** díszen viszont 5 hold látható, de nem 10 csillag van a díszen, csupán 9 csillag van rajta.

57. feladvány

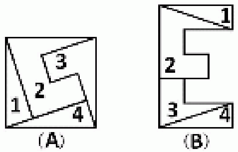
A bulira a következő 10 személy jött el: 1 férj, 1 feleség, 1 fiuk és 3 lányuk, a fiuk fia, a három lány közül valamelyik kettőnek a 2 fia, és a harmadik leánynak 1 leánya, és ők Renáta nagynénivel együtt éppen 11-en voltak.

58. feladvány

Figyeljük meg, hogy a rajzon eredetileg egy téglalap, egy ellipszis, egy háromszög és egy ötszög látható. A fedésekből keletkező alakzatokat (hogy milyen típusúak, hány csúcsuk van stb.) figyelmen kívül hagyjuk. A számok azt mutatják, hogy az illető szám az eredeti négy alakzat melyikébe helyezkedik el, és ennek az alakzatnak hány szöge van. Ahol az alakzatok fedik egymást, oda az egymást fedő alakzatok szögei számának az összege kerül (csak az eredeti négy közül!). Ezért a **?** helyére 0 + 3 + 4 + 5 = 12 kerül.

59. feladvány

Az ügyfélnek igaza volt. A megfelelő „átdarabolást" a mellékelt ábrán láthatjuk. Azt, hogy az átdarabolás lehetséges (tehát a darabok között nincs hézag, nem fedik egymást) pl. úgy is ellenőrizhetjük, hogy számértékeket adva, az (A) illetve (B) alakzatok területei egyformák kell, hogy legyenek.



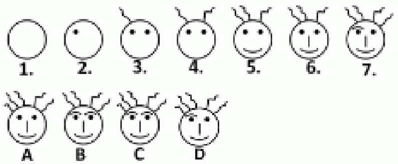
(A) (B)

60. feladvány

Az édesapa egy kis kézügyességgel úgy járt el, mint pl. a cirkuszban: mindvégig, amíg a hídon haladt át, felváltva fel-feldobta (és persze ki is fogta) rendre az egyik tojást, így a kezében mindig csak egy 50 g-os tojás volt, ami az apa 69,50 kg-os saját tömegével, éppen 70 kg, ami „átmehet" a hídon.

61. feladvány

A következő szabályt figyelhetjük meg: az egymás utáni arcok esetén adjunk egy új elemet az archoz, aztán egy hajszálat és egy elemet, ezután egy hajszálat, aztán egy hajszálat és egy elemet,



majd kezdjük elölről. Így a megadott rajzok egyike sem megfelelő. A sort az általunk készített **D** ábrával kell folytatnunk.

62. feladvány

Figyeljük meg, hogy 6 + 3 + 1 = 5 + 3 + 2 = 10. Ezen szabály alapján: 2 + 4 + A = 10, A = 4; 1 + 9 + C = 10; C = 0; tehát A + B + C = 10, 4 + B + 0 = 10, B = 6.

63. feladvány

Az első sor alapján 2 · 0 + 2 · □ = 36, ahonnan ○ + □ = 18 (1).

A harmadik oszlop alapján ♥ + □ = 32 – 18 = 14, vagyis ♥ + □ = 14 (2).

Az 1. oszlop és a (2) alapján 2 · Δ = 30 – 14 = 16, ahonnan Δ = 8, továbbá a 4. sor és az (1) alapján 0 = 6, és az (1) alapján □ = 12, és (2) ⇒ ♥.

Ezért a teljes doboz csokoládé, amiben 4 · □ + 4 · ♥ + 5 · ○ + 3 · Δ van, pontosan 4 · 14 + 5 · 6 + 3 · 8 = 110 pengőbe kerül.

64. feladvány

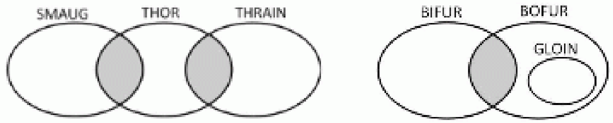
Az alábbi két ábra a 24, illetve a 16 leány egy-egy megfelelő elrendezését mutatja be.

1	5	1
5		5
1	5	1

3	1	3
1		1
3	1	3

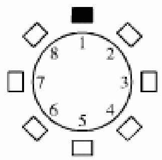
65. feladvány

Sem az (1), sem a (2) állítás nem igaz. Ellenpéldával az ún. Venn-diagrammal cáfolhatjuk meg az állításokat, vagyis: (1) Itt egyetlen „SMAUG" sem „THRAIN". és (2) Itt egyetlen „BIFUR" sem „GLOIN".



66. feladvány

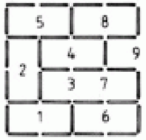
Figyelmesen követve a feladat szövegét és a benne levő feltételeket, hamarosan kialakul a következő ülésrend: az 1-es számú széken Jancsi ül, a 2-es széken Cecil, a 3-as széken Gyuszi, a 4-es széken Marci, az 5-ös széken Gabi, a 6-os széken Laci, a 7-es széken Sára és a 8-as széken Saci ül.



67. feladvány

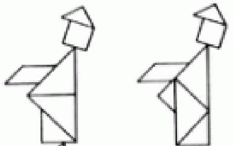
a) Az 1 × 1-es kisnégyzetekből 4 × 4 = 16 darab, a 2 × 2-es négyzetéből 3 sorban 3-3 darab, vagyis 3 × 3 = 9 darab, a 3 × 3-as négyzetekből 2 sorban 2-2 darab, vagyis 2 × 2 = 4 darab, a 4 × 4-es négyzetekből pedig mindössze 1 darab van. Ez összesen: 16 + 9 + 4 + 1 = 30 darab négyzet.

b) A mellékelt ábrán 1-től 9-ig számozva megjelöltük azon szálak helyét, gyufaszálakat, amelyeket eltávolítottunk. (A feladatnak természetesen más megoldása is van!)



68. feladvány

Először is lássuk be, hogy a két alakzat tényleg kirakható. Ezt a mellékelt ábrán láthatjuk. A rajzokat alaposan megfigyelve könnyen rájöhetünk arra, hogy a második alakzat lába nem „tűnt el", hanem úgymond „beleolvadt" a többi alakzatba. Pontosabban, ha mindkét alakzattól elvesszük a „fejet és a sapkát", a „lábat", meg a „kezet", a megmaradt két sokszög, még ha látszatra nagyon hasonlítanak is, de NEM KONGRUENSEK, csak ez nehezen érzékelhető! Ez a feladvány a szakirodalomban „a láb nélküli szerzetes paradoxona" néven vált ismertté.



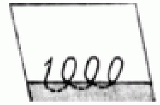
69. feladvány

Mivel az ÁFA nélküli ár kisebb, mint az ÁFÁ-s ár, ezért a ceruza, a radír, illetve a hegyző árainak valamelyike alapján A = 0. Így a ceruza és a hegyező árainak aránya alapján: MOÁ/ÁMO = 672/600 = 28/25. Ebből az következik, hogy MO többszöröse az 5-nek, ezért csak M = 5 lehet. Tehát 50Á/Á50 = 28/25 és ebből következik, hogy Á páros, és 5-nél kisebb. Kipróbálva, az Á = 2 nem felel meg, marad hát az Á = 4. Ekkor pl. a hegyező esetén, a 600/450 = 4/3 megadja, hogy hányszor több az ÁFÁ-s ár az ÁFA nélkülinél. Így már könnyen kiszámíthatók az egyes árucikkek ÁFA nélküli árai. Például a körző ára a DYGI/5016 = 3/4 arányból DYGI = 3762, és hasonlóan járva el a többi árucikk esetén megkapjuk, hogy ÁFA nélkül a radír 129, a hegyező 450, a tolltartó 831, a vonalzó 789, a teljes felszerelés pedig 12365 pengőbe kerül. Összesítve a kapottakat felírható:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
V	**I**	**D**	**Á**	**M**	**G**	**Y**	**U**	**L**	**A**

Tehát az elárusító neve: **VIDÁM GYULA**. ☺

70. feladvány



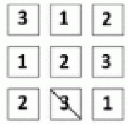
A megoldáshoz egy kis trükk is szükséges. Például, ha a leírt szám alá egy papírdarabot helyezünk, amely érintse a számjegyeket, akkor a melléket ábra szerint járva el, az „összekötő" vonalak erre a papírra „esnek", és az ezret tényleg folytonos írással kaptuk meg. ☺ (Ha „más formát" is megengedtünk volna, akkor, pl. az *ezer* kézírással, vagy éppen az **M** római szám is egy-egy megoldást jelentett volna).

71. feladvány

A társak rendre: 1–f, ebben az esetben a motívumnak nincs semmilyen szimmetria tulajdonsága; 2–d, ebben az esetben a motívumnak szimmetria-középpontja van; 3–g, ebben az esetben a motívumnak csak függőleges szimmetriatengelye van; 4–e, ebben az esetben a motívumnak csak vízszintes szimmetria-tengelye van; 5–b, ebben az esetben a motívumnak egyidőben van vízszintes és függőleges szimmetria-tengelye is; 6–a, ebben az esetben a motívumban egy csúsztatva tükrözés szimmetria van; 7–c, ebben az esetben a motívumban egy csúsztatva tükrözés és még egy szimmetria-középpont is van.

72. feladvány

A három mozaik sorból, felülről számítva a harmadik sort vigyük a bennük levő számokkal együtt az első sor fölé, így a melléket ábrán látható mozaik elrendezés éppen megfelel a kért feltételeknek.

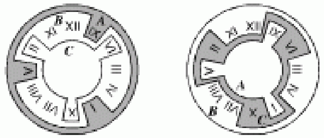


73. feladvány

A számsor végére a X és a XII római számok találnak, ugyanis a 31 napból álló hónapok római számmal való megnevezéséről van szó! ☺

74. feladvány

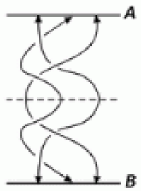
Két megoldást az alábbi két ábrán láthatunk:



Mindkét ábrán a feldarabolás után kapott 3 darabot rendre A, B, C jelöli. Az A darabot az óra járással ellenkezőirányba 120°-kal, a C darabot az óra járásával egyező irányba 120°-kal elfordítva (mindkettőt a kör középpontja körül), az óralap számozása helyreáll.

75. feladvány

A mellékelt ábrát követve, a három madzag végeire úgy kötünk rá még egy-egy madzag darabot, hogy a szaggatott vonalra vonatkozóan éppen a fölötte levő „elrendezés” szimmetrikusát kapjuk (tehát a szaggatott vonal vízszintes szimmetria tengely lesz). Ekkor, az A és B közötti madzagok tényleg nem lesznek összebogozódva, és kifeszítve tényleg párhuzamosak lesznek.



76. feladvány

Egy ilyen állítás például $(n-2013)\times(n-2014)\times(n-2015)\neq 0$.

77. feladvány

A megoldás az mellékelt ábrán látható, a művelet: 60/12 = 5. ☺

78. feladvány

A halmazelméleti jelöléseket használva a megoldás áttekinthetőbb és az általánosítás lehetőségét is hordozza. Rendre felírhatók, hogy:

$\mathbf{A_1}$ = {much, fali} = {rizsleves, kalács} = $\mathbf{B_1}$ (1)

$\mathbf{A_2}$ = {amali, much, ahi} = {rizsleves, makaróni, marhasült} = $\mathbf{B_2}$ (2)

$\mathbf{A_3}$ = {ahi, puri} = {marhasült, burgonya} = $\mathbf{B_3}$ (3)

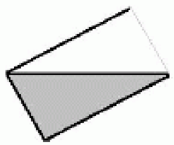
$\mathbf{A_4}$ = {ahi, fali, amali} = $\mathbf{B_4}$ (4)

Ezért $\mathbf{A_1 \cap A_2 = B_1 \cap B_2}$ tehát {much} = {rizsleves}, vagyis much = rizsleves, így az (1) alapján fali = kalács.

Továbbá $\mathbf{A_2 \cap A_3 = B_2 \cap B_3}$ tehát {ahi} = {marhasült}, vagyis ahi = marhasült, így a (2) alapján amali = makaróni. Tehát a negyedik barát **marhasültet, makarónit** és **kalácsot** kapott.

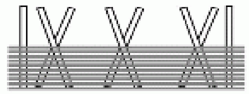
79. feladvány

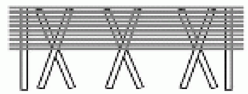
Töltsük meg a poharat, amíg látható módon a felénél több folyadék lesz benne. Ekkor kezdjük megdönteni a poharat addig, amíg a folyadék egyik része el nem éri a pohár oldalának és aljának találkozását, a másik része pedig a pohár szájának a szélét, közben hagyjuk a többlet folyadékot kicsorogni. Így az ábrán látható árnyalt rész (a folyadék) és az üres rész egyenlő űrtartalmú, mindkettő éppen 125-125 ml.



80. feladvány

A megoldáshoz egy kis találékonyság kell. Először is takarjuk le például egy papírcsíkkal a számoknak az „alsó felét”, ahogy az a bal oldali ábrán látható:





Ezután takarjuk le az eredeti számok „felső felét”, ahogyan a jobb ábrán látható. Az első esetben látszó „felső részek” meg a második esetben látszó alsó részek együtt a három számot adják vissza. Ezeket így „darabjaikból” összetéve látható, hogy IV + VI = V + V = VI + IV = 10, így valóban mind a három szám egyenlő egymással ☺ (Persze ezt nehogy komolyan vegyük!)

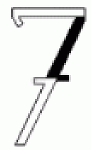
81. feladvány

A megoldás során szeme lőtt tartjuk azt, hogy az egy karra felfüggesztett test súlya a felfüggesztési pontban ható erő, melynek forgatónyomatéka egyenlő a test tömegének és az erőkar hosszának a szorzatával. Ha a mérleg valamelyik karján több test van, akkor ezek hatása természetesen összeadódik. Egy mérleg akkor van egyensúlyban, ha mindkét karjára ugyanolyan forgatónyomaték hat.

A fentiek alapján $2A = B$, $C = A + B$, $4E = 2D + (A + B + C)$, ahonnan $B = 2A$, $C = 3A$, $4E = 2D + 6A$, de $A, B, C, D \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$. A második egyenlet alapján $A = 1$ kell legyen, így $B = 2$ és $C = 3$. Továbbá $2E = D + 3$, ahonnan $D, E \in \{4, 5\}$, de csak az $E = 4$ és a $D = 5$ a megfelelő.

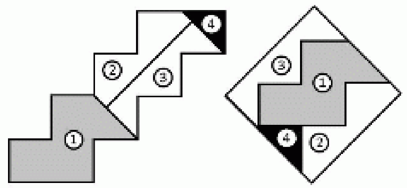
82. feladvány

Egy lehetséges megoldás a mellékelt ábrán látható, ahol három darab egyforma egyesből raktunk ki egy 7-t ☺.



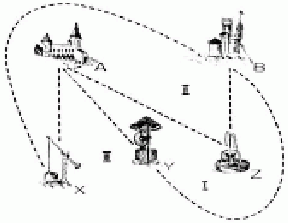
83. feladvány

Egy lehetséges feldarabolást az alábbi ábrán láthatunk.



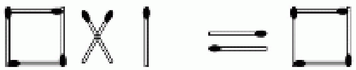
84. feladvány

A feladat csak akkor lenne megoldható, ha például valamelyik kastély „egybeesne” valamelyik kúttal. Először tekintsünk 2 kastélyt (legyenek rendre A, B) és 3 kutat (legyenek rendre X, Y, Z). A mellékelt ábrán látható, hogy két kastélyt összekötve egymással és két kúttal, a síkot legalább 3 részre osztják (legyenek I, II, III). Ezért, akárhol is lenne a harmadik kastély, a kúthoz vezető harmadik út, biztosan metszeni fogja az előbbi két út valamelyikét. Tehát, ha a bölcs tényleg okosat akar mondani, azt javasolja, hogy béküljenek ki! ☺



85. feladvány

Római számokkal előállítható a 0 × 1 = 0 egyenlőség:



86. feladvány

Első ránézésre a feladat megoldhatatlannak tűnik ugyanis, az egyik oldalon az 1-es is megtalálható, de más két számmal az 1 + 8 + 7 = 16 alapján, nem érhető el a 17. Egy kis trükkel azonban a 6-os számú kartonlapot „fejjel lefele” fordítva máris 9-es lesz. Így egy megoldás a mellékelt ábrán látható.

9	3	5
1		4
7	2	8

87. feladvány

Figyelembe véve a tippek sorrendjét felírhatjuk a két barát 3-as, illetve 2-es találatainak lehetőségeinek táblázatát: a jobb oldali táblázatból olyan sort kell keresnünk, amelyet a bal oldali táblázat valamelyik sorára „helyezve” teljesülnek:

a) nem lesz betűfedés;
b) az így kapott 5 betűből álló betűsor elemei különbözőek.

Így tehát 5 különböző betűből álló betűsort kell kapnunk, és ez lesz a megoldás. Figyelmes, de ésszerű elemzések során, a jobb oldali táblázat 9. sora és a bal oldali táblázat 2. sora éppen megfelelőek, ezért az érkezések helyes sorrendje: ABEDC.

	A	B	C	D	E
1.	A	B	C	-	-
2.	A	B	-	D	-
3.	A	B	-	-	E
4.	A	-	C	D	-
5.	A	-	C	-	E
6.	A	-	-	D	E
7.	-	B	C	D	-
8.	-	B	C	-	E
9.	-	B	-	D	E
10.	-	-	C	D	E

	A	B	C	D	E
1.	B	D	-	-	-
2.	B	-	E	-	-
3.	B	-	-	A	-
4.	B	-	-	-	C
5.	-	D	E	-	-
6.	-	D	-	A	-
7.	-	D	-	-	C
8.	-	-	E	A	-
9.	-	-	E	-	C
10.	-	-	-	A	C

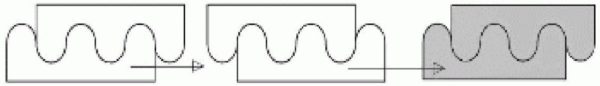
88. feladvány

Mivel csupán két szám segítségével kell egy eléggé nagy számot előállítani, ezért célszerű a „!” vagyis a „faktoriális” műveletre gondolnunk. Ennek alapján: $3^2! = 9! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 = 362\,880$ éppen megfelel.

Egy másik, nagyon ötletes megoldás: ha C = 12, illetve D = 13 a 16-os számrendszerbeli szokásos számjegyek, akkor $C^3 \times D2 = 12^3 \times (16 \times 13 + 2) = 362\,880$, ahol D2 a 16-os számrendszerben írt kétjegyű számot jelent.

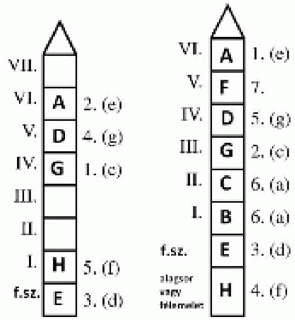
89. feladvány

A vágást a bal oldali ábra szerint végezzük, majd az alsó darabot a nyíl irányába eltoljuk, és az így kapott középső ábrán látható két darabot összeragasztjuk, majd a hátára fordítjuk.



90. feladvány

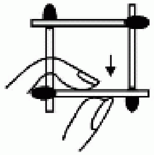
Az ábrákon a szóban forgó személyeket jelöljük a nevüknek a kezdőbetűikkel. A feladat megoldása során nagyon fontos, hogy a „szint” és az „emelet” között különbséget tegyünk. Amennyiben ezt nem tennénk meg, a bal oldali ábrát követve (amelynek a bal oldalán az emeletek száma = szintek száma, jobb oldalán a „kitöltés” sorrendje meg az „indokló feltétel” megfelelő betűje látható) hamarosan belátjuk, hogy az (a) feltétel mellett Berci, illetve Cili csak a II., illetve csak a III. emeletre kerülne, így Ferinek csak az utolsó emeleten „marad” hely, de ez ellentmond a (b) feltételnek. Ez (vagy más) ellentmondás nem következik be, ha a földszint alatt vagy alagsor vagy félemelet van, tehát az emelet fogalma nem egyezik a szint fogalmával. Ekkor, a megoldást a jobb oldali ábrán látjuk, ahol a jelölések a bal oldali ábra mintájára történtek.



Megjegyzés. Amennyiben a tömbházba való bejárat nem a földszintnél van (ahogyan a legtöbb esetben lenni szokott), hanem a félemeletnél (illetve az alagsornál), akkor az előző megoldásban Emi és Hajni fordítva helyezkednek el. Továbbá a (g) feltétel szövege nem egyértelmű, de ha az 1., 2., 3., 4. „lépések” után figyelembe vesszük az (a) feltételt, és ennek alapján Cili, illetve Béla a II., illetve I. emelet helyett az V., illetve IV. emeleten lakna, akkor Dani az I. vagy a II. emeletre „kerülne", de ez a (g) feltétellel semmilyen kapcsolatban nem lenne.

91. feladvány

Az ötödik gyufaszálat pl. a mellékelt ábrán látható módon is „hozzáadhatjuk" az ott levő négyhez. Ezután, az ábrán látható módon a jelzett két gyufaszálat jól megszorítva, fölemelhetjük mind az ötöt.



92. feladvány

Írjuk be a mellékelt ábra téglalapjaiba 1-től 8-ig a számokat úgy, hogy se vízszintesen, se függőlegesen, se két olyan téglalapba, amelyek sarka találkozik, ne kerüljön össze két egymást követő szám!

	7	
4	1	3
6	8	5
	2	

93. feladvány

Jelöljük a házak színét a színek megfelelő kezdőbetűivel. A (c) feltétel alapján a következő helyzetek állhatnak fenn: szem előtt tartva, hogy az (a) feltétel alapján K nem kerülhet középre, könnyen belátható, hogy a (b) feltétel, nem teljesülhet az (1), (2), (4) esetek egyikében sem. A (3) esetben a Z, K, P, S, B sorrend (és csak ez) teljesíti a (b) feltételt is, tehát ez az egyetlen megoldás.

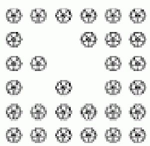
P	S				(1)
	P	S			(2)
		P	S		(3)
			P	S	(4)

94. feladvány

Az, hogy egy dobókocka „igazi" vagy sem, semmi esetre sem attól függ, hogy a sarkai le vannak-e kerekítve, vagy sem. Minden „igazi" dobókockán a szemközti oldalakon található pöttyök számának az összege 7 kell legyen. Ezért a B dobókocka nem lehet „igazi" (mert 2 szomszédos oldalán levő pöttyök összege 7), így csakis az A lehet az „igazi" dobókocka.

95. feladvány

Az ábrán egy lehetséges megoldást mutatunk be. Az egymással egyenértékű megoldások lényege a következő: 2-2 sorból, illetve 2-2 oszlopból szakítunk le 2-2 virágot úgy, hogy ezek között létezik 2 olyan (különböző) sor-oszlop „találkozás", ahol egy leszakított virág üres helye található.



96. feladvány

Jelöljük a házak színét a színek megfelelő kezdőbetűivel. Az a kikötés, hogy a sárga ház nem szomszédos a középső házzal, nem jelenti azt, hogy a középső ház ne lehetne éppen sárga. Az **(e)** és a **(b)** feltételek alapján a következő helyzetek lehetségesek:

Az **(1)** esetben az **(a)** feltétel alapján az alábbi eset lehetséges:

B				S	(1)
B		S			(2)
B			Z	S	

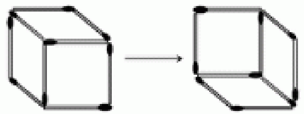
Ekkor azonban a 3. ház piros kell legyen, így a 2. kék lesz, de ekkor ellentmondásba kerülünk a **(c)** feltétellel. A **(2)** esetben, az **(a)** alapján két eset lehetséges:

B	Z	S			(2.1)
B		S	Z		(2.2)

Hamar belátható, hogy a **(2.1)** ellentmond a **(d)** feltételnek. A **(2.2)** esetben ugyancsak a **(d)** feltétel alapján a következő megoldás adódik: **B**, **K**, **S**, **Z**, **P**.

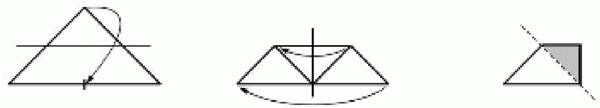
97. feladvány

A 3 „belső" gyufaszálat a mellékelt ábra szerint rendezzük át:



98. feladvány

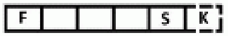
A derékszögű egyenlőszárú háromszöget az alábbi lépéssorozat alapján összehajtogatjuk, és így csak egyetlen vágás szükséges.



A szaggatott vonal mentén egyetlen ollóvágással levágjuk a besatírozott részt, amit szétnyitva tényleg a feltételt kielégítő négyzetet kapunk.

99. feladvány

A továbbiakban jelöljük rendre a barna, szürke, fehér, sárga, fekete, kék házak színét egyszerűen a **B**, **Sz**, **f**, **S**, **F**, **K** kezdőbetűikkel. Annak ellenére, hogy kezdetben csupán 5 házról van szó, a (c) és a (d) feltételekben szereplő hatodik színű ház, a kék, nem tévedés! Tulajdonképpen az öt házon kívül még egy hatodik is van, és ennek létezése nélkülözhetetlen a megoldásban is. A (d) feltétel alapján és abból kifolyólag, hogy a **B**, **Sz**, **f**, **S**, **F** egymás mellett vannak, a **K** csakis a következőképpen helyezkedhet el:



és az **F**-et az (e) feltétel alapján írtuk be. Az (a) feltétel alapján csak a következő két eset lehetséges:

Könnyen belátható, hogy a (2) esetben a (c) feltétellel ellentmondásra jutunk, míg az (1) esetben az egyetlen helyes megoldás: **F, B, f, Sz, S, K.**

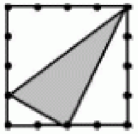
Az is belátható, hogy a (b) feltétel fölöslegesen volt megadva!

100. feladvány

A gyufákból az ábrán látható 7 – 4 = 4 – 1 egyenlőséget alakítottuk ki.

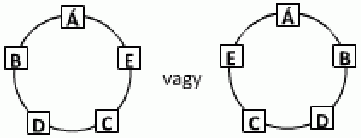
101. feladvány

Egy megoldás a mellékelt ábrán látható. Azt, hogy a satírozott háromszög is derékszögű háromszög, legkönnyebben a Pitagorász tételének fordított tételével ellenőrizhetjük. (Legyen pl. a négyzet oldala 4 egység, stb.)



102. feladvány

Jelöljük az 5 személy nevét a megfelelő kezdőbetűikkel. A (c) feltétel második fele szerint, amennyiben az 5 ház sorban egymás mellett lenne úgy (függetlenül attól, hogy a 3 személy, melyik 3 házat foglalja el) az alábbi esetek valamelyike igaz lenne: B, Á, E (1) vagy E, Á, B (2).

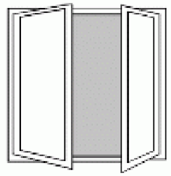


(1) (2)

Mindkét esetben, bárhogyan is „helyeznénk" a 3 személy valamelyik „szélére" a **C**, vagy a **D** személyeket, mindenképpen vagy a **(b)**, vagy az **(a)** feltétellel ellentmondásra jutnánk. Ez pedig abból adódik, hogy a házak nem egy sorban (úgymond lineárisan), hanem „körkörösen" helyezkednek el. Ekkor az **(1)** és a **(2)** eseteket így láthatjuk: először a **B, Á, E,** illetve az **E, Á, B** „hármast" írtuk be, majd a **(c)** feltétel első felét követjük.

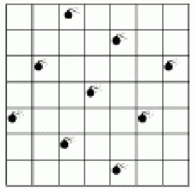
103. feladvány

Szokás szerint az ablakok befele nyílnak. Ezért, a mellékelt ábrán levő ablak egy épület falán úgy helyezkedik el, hogy ha az olvasó az ablak síkjának nem a túlsó felén van, akkor neki az ablakot maga felé kell húznia, nem pedig kifele tolnia. Ezért az eredeti ablak esetén, az olvasó az épületen kívülről közeledik az ablakhoz, ha ezen benéz, egy szoba belsejét láthatja.



104. feladvány

Egy megoldást az ábrán láthatunk:



105. feladvány

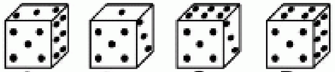
Jelöljük a házak színét a megfelelő kezdőbetűikkel. Továbbá két tetszőleges *X* és *Y* színű ház közötti távolságot jelöljük *XY*-nal. (Nyilván $XY = YX$). A bevezetett jelölések és a feltételek alapján felírhatjuk, hogy (a) $KP = SzZ$; (b) $KZ = SzP$; (c) $SzF = PZ$; (d) $KF = SzZ$. Az (a) és a (d) feltétel alapján a *P* és az *F* egyenlő távolságra vannak a *K*-tól, ezért az alábbi lehetőségek állhatnak fenn: (1) *P K F _ _*; (2) *F K P _ _*; (3) *P _ K _ F*; (4) *F _ K _ P*; (5) *_ P K F _*; (6) *_ F K P _*; (7) *_ _ P K F*; (8) *_ _ F K P*. Azonban az (a) feltétel alapján az (5) és (6) eset elesik, továbbá a (b) és (c) feltételek egyidejű teljesülése mellett, az (1), (2), (7), (8) esetek egyike sem teljesülhet. Marad a (3) és a (4) eset, amelyek a (c) alapján: (3.1) *P Sz K Z F*; (3.2) *P Z K Sz F*; (4.1) *F Sz K Z P*; (4.2) *F Z K Sz P*. Hamar belátható, hogy a (3.2) és (4.1) esetekben a (b) feltétel nem teljesül, de a (3.1) és (4.2) mind a négy feltétel teljesül, tehát a *P Sz K Z F* és az *F Z K Sz P* esetek mindegyike egy-egy megoldás.

106. feladvány

Figyeljük meg a szemközti háromszögekben levő számok összegét: 3 + 20 = 23 és 30 + 2 = 32; 1 + 60 = 61 és 6 + 10 = 16, vagyis a kapott kétjegyű számok számjegyei össze vannak cserélve. A 4 + 15 = 19 alapján, a ? helyére olyan számot kell írnunk, hogy a 13-mal együtt 91-et adjon, ez pedig éppen a 78.

107. feladvány

A megoldáshoz tudnunk kell, hogy a dobókocka szemközti oldalain elhelyezkedő pöttyök összege 7, továbbá ismernünk kell az 1-6 számoknak a dobókockán való reprezentációjukat. Ezek alapján, a kiegészített dobókockák az alábbi ábra szerint néznek ki. Ezért a nyerő dobókocka a **C** jelölésű (a felső lapján 6-os van).



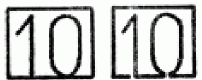
A B C D

108. feladvány

Jelöljük a házak színét a színek megfelelő kezdőbetűivel. A megoldás során két lényeges dologra kell felfigyelnünk: 1) Öt házról van szó, de csupán négy szín adott, ezért két ház színe biztosan egyforma lesz! 2) Több feltételben is szó van zöld házról, ez a hatodik ház. Mivel az 5 ház egymás mellett van, ezért a zöld ház ezek bal vagy jobb oldalán lehet. Az (a) meg az (f) feltételek alapján csak az alábbi sorrend lehetséges: *Sz _ _ _ I Z*. A három üres helyre beírandók a *K*, *S* (és a feltételek alapján más nem!), mégpedig valamelyik kétszer. A (b) alapján *S* nem írható a 2. helyre, a (c) alapján pedig a 4. helyre sem. Ezért csak a 3. helyre írható, és a másik két helyre csak *K* kerülhet. Tehát a megoldás: *Sz K S K I Z*.

109. feladvány

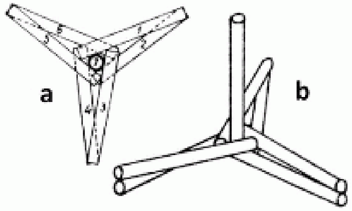
A feladat szövege nem zárja ki, hogy a 10-esen kívül még más is le legyen írva. A mellékelt **b** ábra a „szerkesztés" folyamatát, az **a** ábra a leírt 10-est mutatja.



a b

110. feladvány

A válasz: igen. Ezt egy rajznak, két szemszögből való nézetével támasztjuk alá, ami a következő ábrán látható:

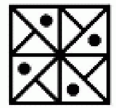


111. feladvány

A mellékelt két ábra két különböző megoldást is szemléltet. Az érdeklődő Olvasó még más megoldási lehetőségeket is találhat!

112. feladvány

Vegyük észre, hogy 2 sorban és 3 oszlopban egy-egy motívum látható, mindegyik 4 kisnégyzetből áll. A bal alsó motívum folytatása a közbülső felső, ahol az eredetihez képest a 4 kisnégyzet mindegyike, a saját középpontja körül el van forgatva 90°-kal, az óra járásával ellentétes irányba. Hasonló művelettel előállítható ebből a jobb alsó motívum. Ilyen szabály szerint kapjuk a bal felső motívumból a közbülső alsót, ebből meg a hiányzó motívumot, ami a mellékelt ábrán látható.



113. feladvány

Az első információ alapján, mivel a 3, 4, 5 számok legnagyobb közös osztója 1 (vagyis relatív prímek), ezért Arthur király harcosainak száma $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot k + 1$ alakú, és nem több mint 200. Ezért csak a $k = 3$ felel meg, így a serege 181 főből áll. A harmadik információ alapján, a keresett szám éppen 321, amelyre $1 \cdot 2 \cdot 3 = 1 + 2 + 3$, vagyis Sir Alfréd serege 321 katonából áll. A második információ alapján Sir Langres serege $2 \cdot 181 - 12 = 350$ katonából áll. Továbbá $181 + a = 321 - a$, ahonnan kapjuk, hogy $a = (321 - 181) : 2 = 70$, ami éppen Lord Craslie katonáinak a száma.

114. feladvány

Egy megoldási algoritmus a következő 16 lépésben látható. Az érdeklődő Olvasók a feladatot 4-4 rovar esetén is kipróbálhatják. Ekkor a 16 lépés helyett 25 lépés szükségeltetik, és így tovább.

1)	t	t	t		s	s	s	*9)*	s	t	s	t		t	s
2)	t	t		t	s	s	s	*10)*	s	t	s	t	s	t	
3)	t	t	s	t		s	s	*11)*	s	t	s	t	s		t
4)	t	t	s	t	s		s	*12)*	s	t	s		s	t	t
5)	t	t	s		s	t	s	*13)*	s		s	t	s	t	t
6)	t		s	t	s	t	s	*14)*	s	s		t	s	t	t
7)		t	s	t	s	t	s	*15)*	s	s	s	t		t	t
8)	s	t		t	s	t	s	*16)*	s	s	s		t	t	t

115. feladvány

Egy 19 lépésből álló algoritmus a következő:

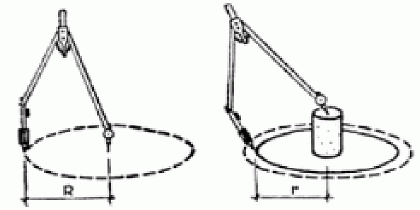
(F_2, 5); (P_2, 2); (F_2, 4); (P_1, 5); (F_2, 8); (P_2, 9); (F_1, 7); (P_1, 1); (F_1, 5); (P_2, 2); (P_3, 4); (F_1, 10); (P_3, 5); (P_2, 9); (F_3, 7); (P_3, 3); (F_3, 5); (P_2, 2); (F_3, 9).

116. feladvány

Belátható, hogy ***B*** és ***C*** ugyanazt állítják. Ezért vagy mindkét állítás hamis, vagy mindkét állítás hamis, és ***A*** állítása éppen ezen állítások ellentettje. Amennyiben ***A*** igazat mondana, tehát ***B*** és ***C*** hazudik, úgy hármuk közül csak egy szól igazat, ezért ***D*** igazat mond. De mivel Sir Lyon a támadó, ezért ***E*** hazudik. Tehát ***B***, ***C***, ***E*** hazudik, és ***A***, ***D*** szól igazat. Ha ***A*** hazudna, akkor a ***B*** vagy ***C*** állítása alapján Sir Lyon nem támad. Ekkor muszáj, hogy Sir Yenz támadjon, így ***E*** igazat mond. Tehát ***A*** és ***D*** hazudik, és ***B***, ***C***, ***E*** igazat mond. Ez ellentmondás, mert csak 2 igazmondó lehet. Következtetésképpen ***A*** nem hazudhat, így marad a tárgyalt változat.

117. feladvány

Igen. Miután megszerkesztettünk az adott *R* sugarú kört, ugyanazzal a körzőnyílással, a körző „hegyes végét" pl. egy radírgumiba vagy parafa dugóba vagy egyéb tárgyba szúrjuk, így már egy $r < R$ sugarú kört szerkeszthetünk, amint a mellékelt ábrán is látható.



118. feladvány

Amennyiben azt tartjuk szem előtt, hogy az egyforma színű lovak nem ütik egymást, akkor legtöbb 64 azonos színű ló helyezhető el. ☺ Amennyiben ez előbbitől eltekintünk, és azt tartjuk szem előtt, hogy a ló „L" alakban lép, és mindig az indulási mezővel ellentétes színű mezőre érkezik, akkor csak legfeljebb 32 azonos színű ló helyezhető el 32 különböző, vagy mind világos, vagy mind sötét színű mezőn.

119. feladvány

Számoljuk csak össze figyelmesen az utakat. Ezek száma:

$$6 + 5 + 5 + 4 + 4 + 4 + 4 + 3 + 2 + 2 = 35.$$

Így azonban minden utat kétszer számoltunk meg, hiszen minden egyes út két faluból indul. Ezért az utak száma 35 : 2 = 17,5 lenne, ami lehetetlen. Következésképpen a futár rosszul emlékezett, és a vidék nem így nézett ki, vagy rosszul számolt.

120. feladvány

A korongok az **A** négyzettől rendre 3, 5, illetve 7 „lépésnyi" (négyzetnyi) távolságra vannak. Jelöljük ezt (3, 5, 7)-tel. A kezdő játékosnak úgy kell lépnie, hogy vagy a (2, 5, 7) vagy a (3, 4, 7) helyzet álljon elő. Ezután az ellenfele lépéseire mindig az (1, 2 m, 2 m + 1) vagy a (0, m, m) állapotok valamelyikét alakítja ki, és így biztosan ő nyer.

Megjegyzés. A játék független a „csík" hosszától, valamint a 3 korong elhelyezésétől, és egyenértékű azzal a játékkal, hogy 2 játékos 3 kupac kavicsból felváltva vesz egyet, vagy éppen a teljes kupacot. Az nyer, aki utoljára vesz kavicsot. Esetünkben a kavicsok száma éppen az a négyzetig való lépések száma (vagyis 3, 5, 7), a kavics elvétel pedig a korongokkal való lépés az **A** felé. Ez utóbbi, a közismert NIM játék egy sajátos esete, ami sokkal komplexebb, mint ahogyan a feladványunkkal ízleltettük. A játék állítólag Kínából ered, ahol a neve *fan-tai*. Európai nevének, a *nim* szóval való kapcsolata vitatott. Talán a német „nimm", azaz „vedd" szó megcsonkítása, vagy a régi angol „nim" az alapja, aminek a jelentése ugyancsak „vedd el" akár már elfoglalt négyzetekre is. Magát a NIM nevet egy Bouton nevű matematikustól kapta 1910-ben, amikor először publikálta a játéknak a matematikai elméletét. Ő hamar rájött arra, hogy a nyerő és vesztő helyzetek felismerésének a kulcsa a kettes számrendszerben rejlik. A játékon túl, a gráfelméletben már matematikai problémákat lehet ezzel megoldani. A téma iránt érdeklődő Olvasók további részleteket az alább felsorolt könyvekben találnak. Az ott leírtakat érdemes alaposan áttanulmányozni!

Lukács Ernőné – Tarján Rezsőné: *Játékos matematika*. Gondolat Könyvkiadó, 1975.

Hódi Endre: *Matematikai érdekességek*. Gondolat Könyvkiadó, 1969.

E. P. Northrop: *Rejtélyek a matematikában*. Gondolat Könyvkiadó, 1960.

121. feladvány

Feltételezve, hogy a személyek kezének a hossza, valamint a „lábujjhegyre emelkedésük" is arányos a magasságukkal, Viktor ér a legmagasabbra, hiszen Otília 1 cm „előnyét" mindkettőjük lábujjhegyre emelkedésükkel leküzdi, akárcsak a Sanyi 2 cm előnyét, aki nem tud még lábujjhegyre is állni.

122. feladvány

A mérlegelvet alkalmazzuk, de helyszűke miatt a mérlegek lerajzolásától eltekintünk, csupán a feltételben olvasható egyenlőségeket írjuk fel:

$8 \cdot Y = 2 \cdot C + M + Y$ (1) $\quad 5 \cdot Y = C + M$ (2) $\quad C + F = M + M + Y$ (3)

Az (1) és (2) alapján $3 \cdot Y + (C + M) = 2 \cdot C + M + Y$, ahonnan $C = 2 \cdot Y$ adódik. Így a (2) alapján $5 \cdot Y = 2 \cdot Y + M$, ezért $M = 3 \cdot Y$, és ezért a (3) alapján $F = 5 \cdot Y$. De mivel F nullától különböző számjegy kell legyen, ezért $Y = 1$ szükséges, így $F = 5$, $M = 3$, $C = 2$, és az FCY „varázsszám" pedig 521.

123. feladvány

Elméletileg, a fizikából ismert tehetetlenség törvénye alapján, ha elegendően nagy gyorsasággal húzzuk ki a papírt, akkor az üvegnek nem kellene felborulnia. Gyakorlatban azonban biztosabb másképpen. Például, ha a papír egyik szélét felgöngyölítjük, amíg az az üveghez nem ér, és óvatosan ezzel a göngyölítéssel, az üveg alól egyidőben húzzuk is a papírt, meg toljuk is az üveget. Másképpen: megfogjuk a papírt egyik végét, két újjal fennebb emeljük, és miközben a másik kezünk ujjaival kopogtatjuk az asztalt, enyhén húzzuk is a papírt. Amennyiben a faasztal eléggé rugalmas, úgy mi is sikerrel járhatunk.

124. feladvány

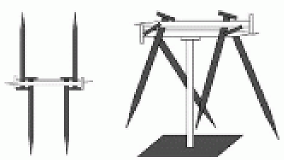
A hozzávalók „helyét" szemléltessük így:

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.

A 6 hozzávalóból 4 bárhova kerülhet, helyezzük el őket először. Az 1. összetevő 6 helyen lehet, a 2. összetevő már csak 5 helyen, a 4. összetevő pedig 3 helyen lehet. Ezért a 4 összetevőt $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$ féle képen rendezhetjük. A hátramaradt 2 helyre, a mandragóra mindig a sárkányfog előtt kerül az üstbe, így helyezve el, marad a kapott 360-féle lehetőség.

125. feladvány

A 6 szeg összeillesztését, és a 7. szegre való ráhelyezését (amelynek minél érdesebb feje kell legyen), az alábbi ábrákon láthatjuk. A sikerhez nagyon fontos, hogy a szegek feje szabályos, minél nagyobb legyen, és az építmény teljesen szimmetrikus alakzat legyen. Érdemes mindezt gyakorlatban is elvégezni, nagyon érdekes látvány!



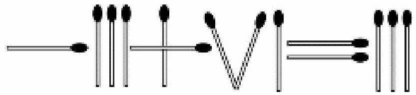
126. feladvány

A válasz: igen. A helycserék az alábbiakban láthatók:

		K	L	K	L	K	L	K	L
L	K	K	L	K	L	K			L
L	K	K	L			K	K	L	L
L			L	K	K	K	K	L	L
L	L	L	L	K	K	K	K		

127. feladvány

A megfejtés ($-3 + 6 = 3$) a következő:

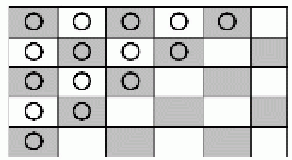


128. feladvány

Az (1) ⇒ a csillagpor az első. A (4) ⇒ a fémölő a 4. vagy a 6. helyen áll. A (3) ⇒ a fagyöngy csak a 4-6 helyen állhat. A (2) ⇒ biztosan „foglalt" az 1., 4., 6. hely. Az 5. helyen vagy a hidravér, vagy a mandragóra áll, mert nem állhatnak egymás mellett, a 2. vagy a 3. helyen. A (6) ⇒ a mandragóra nem lehet az 5. helyen, mert a sárkányfog mindenképp megelőzi, ezért az 5. helyen a hidravér áll. Ugyanezek miatt, a mandragóra a 2., a sárkányfog a 3. helyen áll. Az (5) feltétel csak akkor teljesül, ha a fagyöngy a 6. helyen áll. Így a sorrend: csillagpor, mandragóra, sárkányfog, fémölő folyadék, hidravér, fagyöngy.

129. feladvány

Fessük ki a cellákat kétszínűre, mint egy sakktábla esetén. Mivel 9 érme van sötét, és 6 érme fehér cellában, és mivel a lépések során ez így is marad, ezért a kívánt elhelyezés nem valósítható meg az üres mezőkön, ugyanis ott 6 sötét, és 9 fehér cella található.



130. feladvány

Mindegyik szám neve egy szótagból áll, kivéve a 3-at! ☺

131. feladvány

Logikai táblázatot készítünk, ahol „–” azt jelenti, hogy nem küzdöttek, és „×” azt jelenti, hogy küzdöttek.

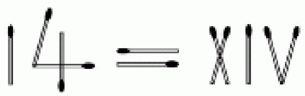
		1	2	3	4	5
		Lancelot	Gauwaine	Marhaus	Genawan	Gryes
A	Lancelot	–	–	×	×	–
B	Gauwaine	–	–	–	×	×
C	Marhaus	×	–	–	–	–
D	Genawan	×	×	–	–	–
E	Gryes	–	×	–	–	–

132. feladvány

A H_1 hangya behúzza a jobb oldali első tojást a vájatba. Ezután, mind a négyen átvonulnak a tojások mellé, majd a H_4-es hangya a vájatból kiveszi a tojást, és kitolja a nyíl irányába. Ezután mind a négy hangya visszamegy az eredeti helyére, és minden kezdődik elölről, ezúttal 3 tojás esetén.

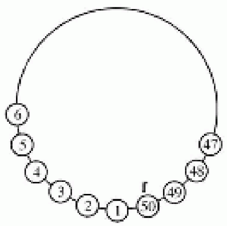
133. feladvány

Egy kis fantáziával:



134. feladvány

Az asztal körül ülőket számozzuk meg körkörösen 1-től 50-ig. A kétféle színű bort jelöljük f (fehér), illetve v (vörös) betűvel. Kétszínű bor lévén, valaki előtt kell legyen fehér bor. Feltételezzük, hogy az 50-es lovag előtt fehér bor van, és ezt jelölje 50f. A mellékelt ábrát figyelve, az 1. lovag nem az 50. lovagtól, hanem a 3. lovagtól kapja a serleget, így 3f; a 4. pedig a 6.-tól kapja így 6f, és így tovább. Tehát felírható, hogy: 3f, 6f, 9f, ..., 45f, 48f (1). De mivel 48f, ezért a 49. nem tőle, hanem az 1.-től kapja a serleget, így 1f; a 2. nem 1.-től kapja, hanem 4.-től, így 4f, és így tovább. Tehát: 1f, 4f, 7f, ..., 46f, 49f (2). De mivel 49f, ezért az 50. nem tőle kapja serleget, hanem a 2.-tól, így 2f; de a 3. nem a 2.-tól kapja, hanem az 5.-től, így 5f, és így tovább. Tehát felírható, hogy: 2f, 5f, 8f, ..., 47f, 50f (3). Ezért az (1), (2), (3) alapján azt kaptuk, ha mindenkinek jutna serleg, akkor mindegyik fehér bort tartalmazna, ami ellentmond a feltételnek.

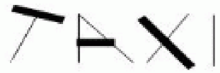


135. feladvány

Igen, ha elkészítjük a mellékelt ábrán látható építményt. Ha ennek az építménynek a három „szárát” a három pohár szélére tesszük, akkor a közepére feltehetjük a negyedik pálinkás poharat, mert megtartja. Ennek egyik előfeltétele, hogy a fogpiszkálók épek, rugalmasak és laposak (ne henger alakúak) legyenek.

136. feladvány

Ha arra gondolunk, hogy ha az ábrán egy autó lesz látható, akkor nem járunk nagy sikerrel. Azonban egy kis fantáziával egy felírat lesz látható. A hozzátett pálcikákat vastagabb vonallal jelöltük, és a TAXI feliratot kaptuk. ☺



137. feladvány

A **0** háromszög jobb szára, a vízszintes tengellyel 180° – 100° = 80°-os szöget zár be, az **1**-es háromszögé 80° + 100° = 180°-os, a **2**-es háromszögé 280°-os, a **3**-as háromszögé 380°-os, a **4**-es háromszögé 480°-os, az **5**-ös háromszögé 580-os, ... szöget zár be. Ezek szerint a **2003**-as háromszög jobb oldali szára 80° + 2003 × 100°= 200 380°-os szöget zár be. Számolással belátható, hogy 200 380° = 556 × 360° + 220°. Tehát 556 teljes fordulat után ugyan olyan helyzetben van, mint az a háromszög, amelynek jobb szára a vízszintessel 220°-os szöget zár be. A kezdeti észrevételeink alapján belátható, hogy 580° = 220° + 360°, ezért a 2003-as háromszög leghamarabb az 5-ös háromszöggel kerül fedésbe.

138. feladvány

Belátható, hogy a 0 számjegyen kívül, a 6, 8, 9 olyanok, hogy felülről nézve is számjegyeket adnak. Éppen ezért, ezekből képezzük az összes 2 jegyű számot: 66, 68, 69, 86, 88, 89, 96, 98, 99. Éppen 9 darab ilyen van. Számozzuk meg ezek helyét balról jobbra, 1-től 9-ig. Így a példában bemutatott bűvös négyzet mintájára, az ottani számok alapján máris beírhatjuk a 3 × 3-as négyzetbe, amint azt a mellékelt ábra mutatja.

98	**66**	**89**
69	**88**	**96**
86	**99**	**68**

És ezzel máris egy „majdnem bűvös” négyzetet kaptunk, amelyben a sorok, illetve az oszlopok mentén a számok összege 253, de az átlók mentén nem (ott 254, illetve 263). Felülről vagy alulról nézve szintén „majdnem bűvös” négyzetet látunk, hiszen így a 8 ugyanaz marad, a 6 pedig 9-nek, a 9 pedig 6-nak látszik. ☺

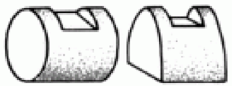
139. feladvány

Nincs sok esélyünk, ha azon fáradozunk, hogy ténylegesen lovakat helyezzünk el. A kérdésben „gyanús" lehet az a két szó, hogy „tudnánk elérni". Egy kis humorral, például az ábrán látható módon, az ÖTLÓ felirattal. ☺

Ö	T	L	Ó

140. feladvány

Ha egy kicsit elgondolkodunk, nem nehéz belátni az első testet. Tovább gondolkodva belátható, hogy éppen még egy ilyen test van. Ez főleg abból adódik, hogy a két adott nézet mindegyikénél négyzetet látunk.



141. feladvány

Belátható, hogy a jelzett 138. feladvány megoldása nem felel meg, ellenben az ott szereplő bűvös négyzet mintája most is kisegít. A vízszintes szimmetria miatt olyan számokra lesz szükségünk, amelyek vízszintesen szimmetrikusak, ezért a római számokkal dolgozunk, éspedig a következőkkel: I, II, III, IX, X, XI, XIX, XX, XXI. Most is ezen számok helyét megszámozzuk 1-től 9-ig, és a bűvös négyzet minta számozásai szerint helyezve el, a következő, a kért tulajdonsággal rendelkező „majdnem bűvös" négyzetet kapjuk. A „bűvös összeg" 32, az átlók mentén az összeg pedig 32, illetve 30, vagyis a főátlón is a „bűvös összeg" jön ki. Ha a négyzetet 90°-kal elforgatjuk, akkor a tükröt bal-, illetve jobb felől téve, szintén bűvös négyzetet látunk.

XX	I	XI
III	X	XIX
IX	XXI	II

142. feladvány

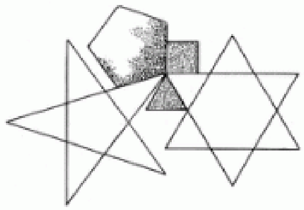
Megfigyelhetjük, hogy a magyar ábécé mássalhangzóinak kiejtésénél az ***É***, ***E*** vagy az ***Á*** magánhangzókat használjuk. A ***G***, illetve a ***J*** betűk kiejtett hangja „gé", illetve „jé", ezért az (1) csoportba kerülnek, továbbá az ***L***, illetve az ***R*** betűk kiejtett hangja „el" illetve „er", ezért a (2) csoportba kerülnek. A (3) csoportban az „á" hanggal kiejtett két betű található.

143. feladvány

Figyeljük meg, hogy a táblázat minden sorában, oszlopában, illetve mindkét átló mentén az illető betűket összetevő szakaszok száma 1, 2, 3, 4 valamilyen sorrendben. Vagyis úgymond egy „bűvös betűnégyzet". Sőt, a betűket összetevő szakaszok mind egyforma hosszúak. Ezért az üres helyre az „I" szimbólum, vagy ennek bármilyen irányban történő elfordítottja is talál. A lényeg az, hogy 1 vonalból kell legyen. A titkos szám pedig éppen a „bűvös összeg", vagyis 1 + 2 + 3 + 4 = 10.

144. feladvány

Péter ötlete, hogy minél kevesebb oldalú szabályos sokszöget használjon, nagyon jó, hiszen a többoldalú sokszögeknek a szögei is nagyobbak. Ellenben megfeledkezett arról, hogy nem csak konvex (domború) szabályos sokszögek vannak, hanem léteznek a konkáv (homorú) úgynevezett szabályos csillagsokszögek is. A mellékelt ábrán éppen egy megoldás látható.

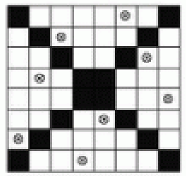


145. feladvány

János bácsi tényleg ravasz volt, hiszen mindössze 8 lúdja volt és a „hat van nyolc volt" helyett a „hatvannyolc volt" állítást mondta, ugyanis azt remélte, hogy a 68 lúdból minél többet kifizetnek neki. Ellenben az okos gépkocsi tulajdonosok pontosan 8 – 6 = 2 ludat fizettek ki. Ezért nem örvendett János bácsi. ☹

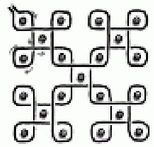
146. feladvány

A válasz: igen. Egy ilyen megoldás a mellékelt ábrán látható. Ez esetben még „a vezérek fekete mezőn nem haladhatnak át" megszorító feltételt is elhagyhatjuk. Természetesen más megoldás is létezik.



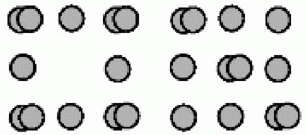
147. feladvány

A kért feltétel mellett, nagyon sok minimális hosszúságú út létezik, de csak a mellékelt ábrán látható az, amelyiknél ténylegesen a legkevesebbet kell kanyarodni, vagyis a legkevesebb az irányváltás (éppen 44 + 2 irányváltás van, ebből 1 az átlós „bemenetkor", 1 pedig az „átlós „távozáskor").



148. feladvány

A válasz mindkét esetben igen, lásd a mellékelt ábrákat. Az első estben a négyzet sarkain két-két korongot egymásra kell raknunk ☺, a második esetben kilenc korongot négyzetrács formájában helyezünk el, és valamelyik átló mentén még egy-egy korongot teszünk az ott levőkre.



149. feladvány

Figyeljük meg, ha egy dominón összeadjuk a két felső számot, majd az összeget megszorozzuk a bal oldali számmal, akkor a dominón levő alsó számot kapjuk. Ezért a kérdőjel helyére $(9 + 7) \times 9 = 144$ kell kerüljön.

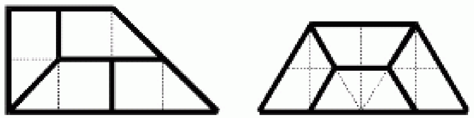
150. feladvány

Legyen x, y, z rendre a vörös, zöld, illetve fekete sárkányok száma. Az információink és a feltételek alapján $x + 6y + 8z = 400$ és $3x = 2y + 4z + 4$. A megfelelő oldalak összegezéséből $4 \cdot (x + y + z) = 404$, vagyis $x + y + z = 101$ adódik, ez éppen a sárkánytanyán élő sárkányok száma. Észrevehető, hogy a „6 láb", „1 farok", „4 farok" információkra nem volt szükségünk.

Szín	Fejek száma	Lábak száma	Farkak száma
Vörös	x	$6x$	$3x$
Zöld	$6y$	$2y$	y
Fekete	$8z$	$4z$	$4z$

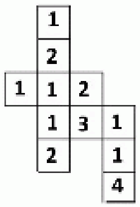
151. feladvány

A nagyalap negyedelő pontjaiban húzzunk szaggatottan függőleges, a szárak (magasság) felezőpontjaiban pedig vízszintes vonalakat. Az így keletkezett rácsvonalakon a megvastagított vonalak éppen 4-4 egymással kongruens (az eredetihez hasonló) alakzatok.



152. feladvány

A feladat szövegében lényeges a „maximális számú kockák száma". A megoldás céljából készítsük el az építmény „alaprajzát" (ez felülnézetből is megállapítható), és írjuk be a megfelelő négyzetekbe, hogy hány kocka van függőlegesen az illető oszlopban. A mellékelt ábráról ezt leolvasva megkapjuk, hogy az összes kockák száma 19.



153. feladvány

A vakond család költözködése leolvasható a táblázatból. Természetesen, az 5. vakond helyett a 3. vakond is kezdhette volna a költözködést, de minden esetben 4 lépésre van szükség.

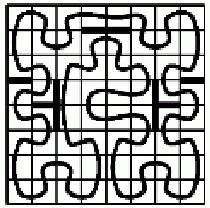
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
1	**2**	**1**	**1**	-	**1**	**1**	**1**
1	**2**	-	**1**	-	**1**	**2**	**1**
2	**2**	-	-	-	**1**	**2**	**1**
2	**2**	-	-	-	-	**2**	**2**

154. feladvány

Ha Jánosnak mindhárom kérdésére „igen"-nel válaszoltak volna, akkor az első két válasz alapján adódik, hogy Biri almája drágább, mint Erzsi almája és ez drágább, mint Sári almája. Ez azonban lehetetlen, mivel csak 2 különböző árú almát árulnak. Tehát mindhárman „nem"-mel válaszoltak, vagyis János nem vehetett 2000 pengőért két kiló almát.

155. feladvány

Egy ilyen zárt körutat a mellékelt ábrán láthatsz. Az érdeklődő Olvasónak javasoljuk, hogy négyzethálós füzetlapon is ellenőrizze a megoldást.

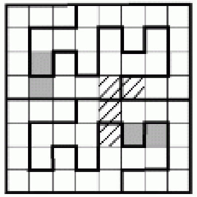


156. feladvány

Fektessük a hengert egy síkra úgy, hogy a drót egyik vége éppen a síkon legyen. Ezután a csövet gurítsuk ismételten 10-szer csúsztatás nélkül, ugyanabba az irányba. Így a körhenger alakú cső 9 cm hosszú alkotója, a 10-szer felmért $10 \times 4 = 40$ cm ismételten „legöngyölített" kerülete és a drót h-val jelölt hossza, éppen egy derékszögű háromszöget alkot, az alábbi ábra szerint Pitagorasz tétele értelmében $h^2 = 402 + 92$, ahonnan a drót hossza $h = 41$ cm.

157. feladvány

A megoldásban a megadott támpont sokat segíthet. Ennek alapján rájöhetünk a vastag vonal fölötti rész parcellázására, és ezután már csak ezt lemásoljuk. A végső parcellázás a mellékelt ábrán látható.



158. feladvány

Amennyiben ténylegesen zöld krokodilról van szó, akkor inkább zöldebb mint hosszabb, ugyanis bármilyen hosszú is, az is zöld ☺, de ha zöld, nem biztos, hogy ott éppen hosszú, vagyis nem hosszabb, mint zöldebb. Ha nem zöld krokodilról van szó, akkor természetesen hosszabb, mint zöldebb.

159. feladvány

Először is lássuk be, hogy a játéknak, véges számú lépés után vége lesz. Ebből kifolyólag, rendeljünk minden koronghoz 1-et vagy 0-át aszerint, hogy a felső fele fehér, vagye fekete. Így az asztalon levő tíz koronghoz tartozó úgynevezett „állapotjelző szám" 1100111010. Ha pl. a 2. korongot felfordítjuk, akkor ez az állapotjelző szám 1011000101. Belátható, hogy ha egy fehér korongot megfordítunk, akkor az állapotjelző szám értéke csökken, vagyis egyszer csak 0000000000 lesz, ez azt jelenti, hogy minden korong a fekete oldalával fefele van, és ekkor vége a játéknak. A feladat nyitja: vegyük észre, hogy minden lépésben egy korong, éspedig a 10. biztosan a másik felére fordul, vagyis lépésenként cserélődik fehér-fekete között. Ha kezdéskor a 10. korong a fehér felével lenne felfelé, akkor a kezdő játékos nyerne, de így mindenképpen a második játékos nyer.

Megjegyzés. Belátható, hogy a korongok száma, azok színeinek elhelyezkedése, és bármelyik játékos játékstratégiája tetszőleges lehet, mert a győzelem, az utolsó korong kezdeti színétől függ.

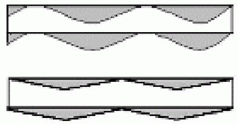
160. feladvány

Többféle, többé-kevésbé logikus magyarázhat is létezhet, de egy jól megalapozott érv a következő: a **d** és az **f** ábra esetén, ha a betűket tartalmazó kisnégyzeteket az „üres" négyzet helyének használatával le, fel, jobbra vagy balra tologatjuk, akkor a szóban forgó két ábra (páros számú helycsere után) az **a** helyzetű ábrává „alakítható". A **b**, **c**, **e** ábrák esetén ilyen megengedett tologatásokkal ezt nem érhetjük el! Ugyanezt támasztja alá, hogy az **a**, **d**, **f** ábra esetén az **A**, **B**, **C**

betűk sorrendje az óra járásával megegyező, a másik három ábra esetén éppen fordítva van. Mindezen érvelésnek a matematikai hátterét a páros, illetve páratlan permutációk („sorrendcserék") képezik.

161. feladvány

A csalóka látszat ellenére, mindhárom papírcsíkhoz ugyanannyi papírt használtunk, vagyis a területük egyenlő ☺. Ezt a mellékelt ábrákon látható átdarabolásokból könnyen beláthatjuk. Mindkét esetben a szürkével árnyékolt részt levágtuk, és a csíkok felső feléhez illesztve, az első téglalappal azonos méretű, vagyis azonos területű téglalapokat kaptunk.



162. feladvány

A szóban forgó dátumokat írjuk át úgy, hogy a hónapokat is számmal nevezzük meg: 2091. 07. 13; 2092. 04. 23; 2093. 03. 31; …; 2098. 07. 14. Vegyük észre, hogy mind a négy esetben a hónap számának és a nap dátumának a szorzata éppen az illető esztendő utolsó két számjegyéből alkotott kétjegyű számot adja, vagyis $7 \times 13 = 91$, $4 \times 23 = 92$, $3 \times 31 = 93$, …, $7 \times 14 = 98$. Tehát 2095-ben a hó × nap = 95 = 5 × 19, vagyis ebben az évben az ünnepnap dátuma május 19. Továbbá 2096-ban a hó × nap = 96 pontosan négy dátumra teljesül: 04.24; 06.16; 08.12; 12.08, vagyis 2096-ban négy ünnepnap van: április 24., június 16., augusztus 12. és december 8.

163. feladvány

A feladvány nem azt kéri, hogy 1 hektárnyi négyzet alakú területet kapjunk, ezért egy kis humorral pl. 6 gyufaszál segítségével kirakhatjuk a HA jelölést, és így tényleg 1 hektárt kaptunk. ☺

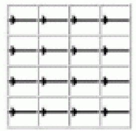
164. feladvány

Vegyük észre, hogy a táblázat jobb szélső elemei 1; 4; 9; 16; … mind négyzetszámok. Továbbá könnyen belátható, hogy a 2004 a $442 = 1936$ és $452 = 2025$ négyzetszámok között van, ezért az előző észrevételünk alapján a 2004 a 45. Sorban van. Mivel ez a sor $1936 + 1 = 1937$-tel kezdődik, ezért a $2004 - 1937 + 1 = 68$. helyen van a sorban, balról számítva. A 2004 alatti sor 2026-tal kezdődik, és ebben a 69. elem lesz a 2004 alatt,ez éppen $2026 + 69 - 1 = 2094$. A 2004 fölötti sor $432 + 1 = 1850$-tel kezdődik, és ebben a 67. elem lesz a 2004 fölött, ami éppen $1850 + 67 - 1 = 1916$.

165. feladvány

Egy megoldás a mellékelt ábrán látható. A „bűvös összeg" 30-cal egyenlő. Most belátjuk, hogy a szóban forgó bűvös négyzethez csúsztatásokkal valóban el is juthatunk. Ebből kifolyólag, egy adott állásban írjuk fel a kis négyzetek számait olyan sorrendben, ahogyan a mellékelt ábra nyilai mutatják. Az eredeti helyzetben (amit most nevezzünk el természetes sorrendnek), illetve a kapott helyzetben ez a sorrend a következő: S1 = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15, illetve S2 = 12; 2; 1; 15; 7; 9; 10; 4; 11; 5; 6; 8; 14; 13; 3. Mindkét esetben számoljuk össze azon számpároknak a számát, amelyek fordított sorrendben állnak a természetes sorrendhez képest. Ezeket inverzióknak („fordított helyzeteknek") nevezzük. Az S1 esetén 0 ilyen van, az S2 esetén 46, vagyis mindkettő páros szám, és ez elegendő is, hiszen ha az üres hely a bal alsó sarokban van, és a számozott négyzetlapokat bárhogyan is csúsztatjuk, az inverziók száma páros számmal változik.

12	2	1	15
7	9	10	4
11	5	6	8
	14	13	3



166. feladvány

1) Az alábbi szorzat adja a legnagyobb számot, ez a szorzat 8 439 739 020. Először a 9-et, majd a 8-at írtuk be. Majd a 96 × 87 és 97 × 86 kiszámolása és összehasonlítása után a 6-ot és a 7-et, továbbá a 965 × 874 és 964 × 895 kiszámolása és összehasonlítása után a 4-et és az 5-öt, és így tovább.

9	6	4	2	0	×	8	7	5	3	1

2) Az alábbi szorzat adja a legkisebb számot, ez a szorzat 246 824 972. Ötjegyű számokról lévén szó, először az 1-et, illetve a 2-t írtuk be. Majd a 10 × 23 és 13 × 20 kiszámolása és összehasonlítása után a 0-t és a 3-at, továbbá a 104 × 235 és 105 × 234 kiszámolása és összehasonlítása után a 4-et és az 5-öt és így tovább.

1	0	4	6	8	×	2	3	5	7	9

167. feladvány

A feladvány szövege nem kötelez arra, hogy a helyrekerült számok milyen helyzetűek legyenek, éppen ezért az első ábra kisnégyzeteinek a tologatásával állítsuk elő a második ábrán látható helyzetet. Ez lehetséges, elméletileg megalapozott (lásd pl. a 165. feladvány megoldását), de gyakorlatilag végezzük el, ez elegendő.

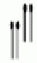
Az így kapott „nagy négyzetlapot" a középpontja körül forgassuk el 90°-kal balra, így az alább látható helyzetet kapjuk, ahol a számok valóban a saját helyükön vannak csak éppen 90°-kal balra elfordítva. ☺

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
	12	8	4

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

168. feladvány

Ha csak a római számokra gondolunk, akkor a legjobb esetben is az M = 1000 lenne a legnagyobb szám. Ha egy kis fantáziával az arab számokra is gondolunk, akkor a  éppen 11-nek is tekinthető, ezért képezzük a  számot, ami a 11^{11} = 285 311 670 611 számot jelenti. ☺ (A digitális kijelzőkön is általában az 1-est I alakban látjuk).

169. feladvány

Egyik lehetséges szempont: mindegyik szám, akár római szám akár arab szám, annyi gyufaszálból tevődik össze, amennyit jelöl, kivéve a „négy"-et, mert ez csak 3 gyufaszálból áll a 4 helyett.

Egy második szempont: csak a „hat"-os tartalmaz zárt részt, a többi szám nem. Természetesen még más, többé-kevésbé nyomós érv is létezhet.

170. feladvány

Színezzük ki a sakktábla minden mezőjét felváltva fehér, illetve fekete színűre. Legyen pl. a bal alsó sarok éppen fekete színű. Mivel az **X**-szel jelölt mező nem használható, ezért a sakktáblán 48 mező maradt. Vegyük észre, hogy a **B** mező az is ugyanolyan színű, mint az **A**, vagyis szintén fekete. Amint a király a megengedett lépésekkel halad egyik mezőről a másikra, úgy, mivel két négyzet között 1-et lép, ezért, ha eljutna a **B** mezőre, akkor páratlan számú lépés után jutna ide (figyelem: az **A** mezőre, vagy más mezőre visszavezető lépést nem kell számolni, mert oda nem térhet vissza). Azonban a királynak az **A**-ból való indulásával minden páratlan számú lépése fehér mezőre visz, tehát ellentmondást kaptunk. Ez azt jelenti, hogy az adott feltételek mellett, a király nem juthat el az **A** mezőről a **B** mezőre.

171. feladvány

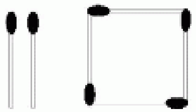
Nyilvánvaló, olyan számjegyeket keresünk, amelyeket ha felülről nézünk, akkor is ugyancsak számjegyek maradnak. A 0-t kihagyva ilyenek a 8, 6 és 9, de most egy kis furfanggal az 1-est csak I módon jelöljük, így ha a II, I6, I8, I9; 6I, 66, 68, 69; 8I, 86, 88, 89; 9I, 96, 98, 99 számokat a minta szerinti sorrendben írjuk be a négyzetbe, akkor a mellékelt ábrán látható „kétszeresen bűvös" négyzetet kapjuk. A bűvös összeg 264.

172. feladvány

Könnyű válaszolni, ha például gyufaszálas feladványra gondolunk. Két megfejtést mutatunk be.

1) 4, illetve 8 gyufaszálból kirakható egy-egy négyzet, továbbá a 12 gyufaszálból kirakható egy 2 gyufaszál oldalhosszú szabályos hatszög is.

2) Rakjuk ki gyufaszálakból a mellékelt alakzatot, vagyis „két négyzet" római számmal. Ezt a 6 gyufaszálat felhasználva kirakhatunk egy szabályos hatszöget. Természetesen átdarabolásos vagy teljesen más természetű megoldások is létezhetnek, de valószínű, hogy bonyolultabbak, mint a bemutatottak. (A szabályos hatszög lehet konvex- vagy csillaghatszög.)



173. feladvány

Mivel egy kis szigetről van szó, a hajótörött eléggé gyorsan tud a szigeten egyik helyről a másikra menni így, egy égő fadarabbal meggyújt a sziget nyugati oldalán egy kis részt, elmegy onnan, és hagyja a fákat leégni. Ezután éppen az általa leégetett területrészre menekül el a másik tűz elől. ☺

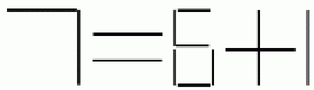
174. feladvány

Ezúttal is ahhoz a csalafintasághoz folyamodunk, hogy az 1-est I fogja jelölni. Mivel négyszeres szimmetriáról van szó, ezért az I és a 8 számjegyekből alkotjuk meg a 16 darab számot, esetünkben a IIII, III8, II8I, II88; I8II, I8I8, I88I, I888; 8III, 8II8, 8I8I, 8I88; 88II, 88I8, 888I, 8888 számokat, amelyeket a 171. feladvány „bűvös négyzet minta" számainak sorrendjében írunk be a négyzetbe. A kapott „négyszeresen bűvös négyzet" a mellékelt ábrán látható. A bűvös összeg 19 998.

88I8	IIII	8I88	I88I
8I8I	I888	88II	III8
I8II	8II8	II8I	8888
II88	888I	I8I8	8III

175. feladvány

A jobb oldali két pálcika közül az egyiket vízszintesen az ott lévő talpához helyezzük, és a kapott egyenlőséget „fejjel lefele" nézzük (mintha a papírlapot 180°-kal elforgatnánk), így 7 = 6 + 1 látható, pálcikákból kirakva.



176. feladvány

Miután leírtuk a 001-et, ezt számjegyeinek darabszáma szerint, balról jobbra kiolvasva, amit látunk, ezt hallanánk: „két nulla egy egy(es)", ezért írtuk másodiknak a 2011-et. Ezt megint kiolvassuk: „egy kettes egy nulla két egy(es)". Ez alapján írjuk le az 121021 számot. Most ezt a számot olvassuk ki: „egy egy(es) egy kettes egy nulla egy kettes egy egy(es)", és ezt számjegyekkel leírva kaptuk az 111211101211-et. Végül ezt is kiolvasva, kapjuk az ötödik számot: „három egy(es) egy kettes három egy(es) egy nulla egy egy(es) egy kettes két egy(es)", vagyis 31123110111221 következik.

177. feladvány

Belátható, hogy a középső sorban a háromféle összeg 30, 15, 15, vagyis éppen a bűvös összegek, ezért ebben a sorban nem lesz csere. Írjuk ki a dominókon levő számok összegét a mellékelt 3 × 3-as táblázatba. Mivel az első sorban 4 + 8 + 12 = 24 éppen 6-tal kevesebb, mint 30, és 14 – 8 = 6, ezért a bal felső sarokban levő 8-ast cseréljük össze a 14-gyel. Mivel a második oszlopban 8 + 10 + 8 = 26 lett, ezért az éppen frissen cserélt „alsó" 8-ast cseréljük ki a jobb felső sarokban levő 12-vel. Ellenőrizhető, hogy amikor is a bal felső sarokbeli, az alsó középső és a jobb felső sarokbeli dominókat körkörösen cseréltük össze, éppen a kért megoldáshoz jutottunk.

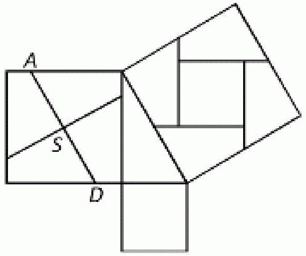
8	8	1
4	1	1
1	1	6

178. feladvány

Az egyenlőség bal oldalán levő két szélső gyufaszálat az abszolút érték jelének kell nézni, és akkor máris az $|1 - 10| = 9$ helyes egyenlőséget látjuk, persze római számokkal. ☺

179. feladvány

A két négyzetlapot helyezzük el a mellékelt ábrán látható módon, egy közös csúcspont körül, egymással párhuzamos oldalakkal. Az *S* négyzetközépponton át megrajzoljuk a keletkezett derékszögű háromszög átfogójával párhuzamos *AD* szakaszt, majd az erre merőleges, *S*-en áthaladó szakaszt. A kapott négy kongruens darabot és a „kisnégyzetet” az átfogóra összeillesztve, Pitagorasz tétele értelmében éppen egy négyzetlapot kaptunk.



Következmény: véges számú négyzetlapot mindig feldarabolhatunk úgy, hogy a darabokból összeilleszthető egy négyzetlap, hiszen az előző eljárással minden két négyzetlapból sikerül egyetlen négyzetlapot kapnunk, és így tovább, matematikai indukcióval bizonyíthatunk.

180. feladvány

Mivel $12+15+2+5=34$ éppen a bűvös összeg, ezért célszerű az *A* és *D* kártyákat egymás alá helyezni. Ezek bal felére a *B* és alája a *C* elhelyezéssel próbálkozva, a mellékelt ábrát kapjuk.

12			14
15	6	1	9
2	11	13	8
5			3

De $34-(12+14)=8$, ezért az első sor üres négyzeteibe az 1 és 7 éppen megfelel, így a negyedik sorba 16, illetve 10 talál. Érdemes észrevennünk, hogy az így kitöltött 4 kártyából a mellékelt három összeillesztéssel is 4×4-es bűvös négyzeteket kapunk.

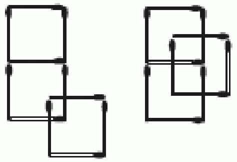
A	C
D	B

D	B
A	C

D	C
A	B

181. feladvány

A megfejtés kulcsa az, hogy a gyufaszálak keresztezzék egymást. A megoldások a mellékelt ábrán láthatók.

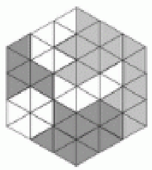


182. feladvány

A feladat nem háromtagú összeget kér! Ezért egy kis trükkel máris felírható a mellékelt összeadás: $44+4=48$ ☺.

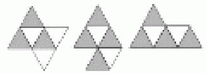
183. feladvány

Érdemes kartonlapokból kivágni a kis háromszögeket, és így próbálkozni, mert még így sem könnyű. Egy lehetséges megoldás a mellékelt ábrán látható.



Megjegyzés. A *Trico* nevű kirakós játékról részletesebben a Robert Hardy: Geometriai Játékok, Műszaki könyvkiadó

BP, 1986 c. könyvében a 11. és 50. oldalakon is olvashatunk, ahol megláthatjuk, a további 3 elemet (lásd a mellékelt ábrán) továbbá az is olvasható, hogy a 12 elem maradéktalan felhasználásával nem rakható ki szabályos hatszög, ellenben bármelyik 9 darabból már kirakható!

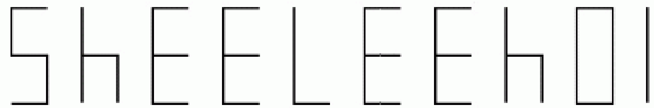


184. feladvány

Érdemes valamilyen szabályt megfigyelnünk a 34; 334; 3334; … számok négyzete rendre $34^2=1156$; $334^2=111556$; $3334^2=11115556$ és így tovább. A mi esetünkben jelölje *n* a négyzetre emelés után kapott 5-ös számjegyek számát. A megfigyelések alapján tehát az $(n+1)\times1+n\times5+6=2005$ feltételnek kell teljesülnie, vagyis $6\times n+7=2005$, ahonnan $n=333$, ami éppen annyi, mint a kért számban a 3-asok száma.

185. feladvány

A neoncsövekből kirakott felirat ilyen lehetett:



Ha most ezt 180°-kal elforgatva nézzük, és a jeleket digitális számjegykijelzésként nézzük, akkor a 104 337 3345 a keresett telefonszám. (Természetes, hogy mivel az i kijelzéséhez egyetlen függőleges vonalat használt, akkor az L kijelzéséhez nem fog kis „el” gyanánt szintén egy ugyanilyen vonalat használni.)

186. feladvány

Figyelembe véve, hogy a számítógépek működése a 2-es számrendszeren alapszik, ezért párosával figyelve a JP1 és JP2 oszlopokba írt számjegyeket, ezek rendre 11; 10; 11; 10; 11, tehát most a 10 következik. A JP3 és JP4 oszlopok számpárai rendre 01; 01; 10; 10; 00, tehát most 00 következik. Végül a JP5 és JP6 oszlopok számpárai rendre 01; 01; 01; 01; 01, tehát ugyancsak 01 következik most. Összegezve a megfigyeléseinket a hiányzó számjegyek balról jobbra: 1 0 0 0 0 1. Természetesen más szempont szerinti megoldás is lehetséges.

Másképpen: a 300 és 350 MHz, illetve 400 és 450 MHz mellé írt számok különbsége mindkét esetben 10000, így az 500 és 550 MHz mellé írt számok különbsége is ennyi kell legyen, és ez akkor igaz, ha az 550 mellé az 1 0 0 0 0 1 szám kerül. Ez ugyan megegyezik a már bemutatott megoldással kapott eredménnyel, de ezúttal más ötlettel révén jutottunk a megoldáshoz.

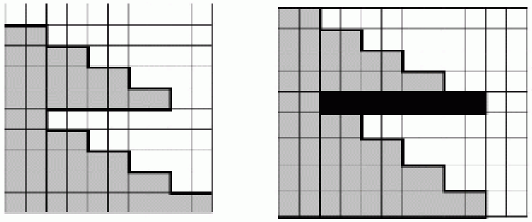
187. feladvány

A két függőleges gyufaszálat római számként 2-nek, de arab számként 11-nek tekinthetjük, így a látható 11 – 9 = 2 egyenlőség nyilvánvalóan igaz. ☺

Természetesen matematikai szempontból a római számoknak az arab számokkal való összevonása nem helyes, továbbá egy fogalmat nem használhatunk két (vagy több) értelemmel!

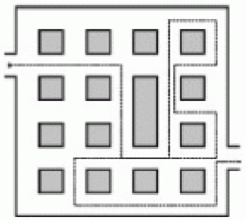
188. feladvány

Az első ábrát követve, osszuk fel a 10 × 10 m-es szőnyeget 1 × 1 m-es darabokra, majd a megvastagított törött vonal mentén vágjuk két darabra. A fehér darabot 2 méterrel jobbra tolva és a szürke darabhoz illesztve, a kapott 12 × 9 m-es szőnyeg közepén éppen egy 1 × 8 m-es „rés" marad, (lásd a második ábrán) ahova éppen behelyezhető a feketével jelölt 1 × 8 m-es szőnyegdarab.



189. feladvány

A válasz: igen. Egy ilyen útvonalat az alábbi ábrán láthatunk.

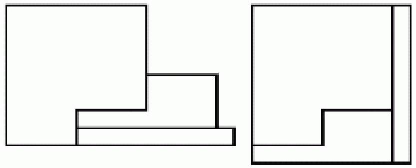


190. feladvány

Figyeljük meg a betűket összetevő szakaszok számát. Minden tört esetén a számlálóban levő betű annyi szakaszból áll, ahány szakaszból áll a nevezőben levő betű is. Mivel az **M** betű pontosan 4 szakaszból áll, az angol ábécében még csak egyetlen ilyen betű van, az **E** betű, ezért ez talál.

191. feladvány

Mind a felosztás, mind az összeillesztés a mellékelt ábrán látható. Azt, hogy az összeillesztés hézagmentes és fedésnélküli, a $8^2 + 4^2 + 1^2 = 64 + 16 + 1 = 81 = 9^2$ összefüggés is alátámasztja, ugyanis a végrehajtott, úgynevezett átdarabolásnak a feltétele az, hogy az eredeti és az átdarabolt alakzatok területei egyenlők legyenek. Ezt ellenőriztük az előbb.



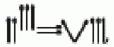
Megjegyzések. A sokszögek átdarabolhatóságának kérdését egymástól függetlenül szinte egyidőben oldotta meg Bolyai Farkas (1832-ben), Paul Gerwin (1833-ban), illetve William Wallace (1807). Az általuk megfogalmazott és igazolt *tétel* így szólt: *Az egyenlő területű sokszöglapok átdarabolhatók egymásba.*

Erről részletesebben a MatLap (akkor még Matematikai Lapok) 6/1994-es számában (lásd a szakirodalomban) is olvashatunk.

192. feladvány

Írjuk le rendre a következő római számokat: LMVIII, LMXVI, LMXIV, LMIXV. Első esetben elvesszünk két „egyeset" és az „ötöst", a második, harmadik és negyedik esetben elvesszük a „tízest" alkotó két egyforma szakaszt („ugyanannyit") és az „ötöst", így mind a négy esetben LMI szám marad, ami éppen 951 római számokkal leírva. Ötödik megoldásként, a VALAMI szóból elvesszük a két A betűt, („ugyanannyit") majd a szó elejéről a V jelet, amit ha római számnak tekintünk, akkor az épp „ötöt" jelent, így végül megint LMI marad, amit 951-et jelent római számokkal leírva. ☺ Természetesen még más megoldás is elképzelhető!

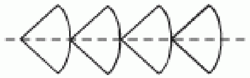
193. feladvány

Egy megfejtés a következő:  vagyis $2^3 = 8$. ☺

194. feladvány

A tortát a „tetején" 2 egymásra merőleges függőleges vágással osszuk fel 4 egyforma cikkre, majd 1 vízszintes vágással, a henger magasságának a felénél, még egy vágással, éppen 8 egyforma cikket kapunk. (Persze nem biztos, hogy az egyenlő cikkek összetétele ugyanaz lesz. ☹)

Egy másik megoldás: az első művelet az előbbivel megegyezik, és ezután rakjuk a 4 negyed cikket egy egyenes mentén szabályosan egymás után sorrendbe, a mellékelt ábrán látható felülné-



zet alapján a szaggatott vonala mentén 1 vágással megint 8 részre daraboljuk. (Ezúttal nagyobb a valószínűsége annak, hogy a 8 egyforma cikk összetétele egyforma legyen. ☺)

195. feladvány

A válasz: igen. Egy lehetséges megoldást az alábbi ábrán láthatunk. Kérdéses, hogy van-e más megoldás is? Erre az érdeklődő Olvasó próbáljon válaszolni!

Megjegyzés. A feladatok általánosíthatók: $3 = 1 + 2$, $6 = 1 + 2 + 3$ és $10 = 1 + 2 + 3 + 4$ mellett, $15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$, ...

3			
4	7		
5	9	2	
6	1	10	8

és általában az $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = \dfrac{n \cdot (n+1)}{2}$ alakú számokra (ahol n pozitív egész szám), amelyeket figurálisan háromszögszámoknak nevezünk. Ez az elnevezés már Pitagorasz és tanítványainak a körében megjelent, ezt az elnevezést a fenti ábrákon, háromszögek alakjában kirakott karikák is sugallják. Ugyancsak tőlük származnak az ún. gnómonszámok, négyzetszámok, téglalapszámok, köbszámok, tetraéderszámok stb. elnevezések is, amelyekkel kiváltképpen figurális formában, mélyrehatóan foglalkoztak. Mindezekről bővebben a 98. forrásanyagban a 160–169. oldalain is olvashatunk.

196. feladvány

Az 1, hiszen a feladat nem rögzíti, hogy milyen módon kell a leírni, ezért például az alábbi felírások megfelelnek:

$$\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \frac{6}{6} = \frac{7}{7} = \frac{8}{8} = \frac{9}{9}$$

amelyek mind egységtörtek. Ugyancsak megfelelnek az $1^1 = 1^2 = \ldots = 1^9$ felírások is. Mivel a „felírás" szó nem zárja ki a műveletek használatát sem, ha ezt is megengednénk, akkor további lehetőségek adódnak, mint például:

$1 = 9 - 8 = 8 - 7 = 7 - 6 = 6 - 5 = 5 - 4 = 4 - 3 = 3 - 2 = 2 - 1$, és nagy valószínűséggel az érdeklődő Olvasó még találhat más megoldásokat is.

197. feladvány

Lássuk be, hogy csupán szójátékról van szó: Balázsnak teljes mértékben igaza lehet. A doboz három mérete (hosszúsága, szélessége, magassága) bármilyen kicsi is lehet, ugyanis

ha a dobozba egyik belső falára Balázs felírja, hogy „akármi", akkor a dobozban benne van az „akármi". ☺ Természetesen, minél kisebb a doboz, az írásnak annál kisebbnek kell lennie.

198. feladvány

A 2 az első prímszám, 6 az első két prímszám szorzata, 30 az első három prímszám szorzata, és így tovább. Tehát a hiányzó hatodik szám az első hat prímszám szorzata, azaz $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 = 30\,030$.

199. feladvány

Egy lehetséges „lépéssorozat" a következő: (A_2-0), (A_4-2), (A_3-5), (A_6-6), (A_4-3), (A_3-2), (A_5-5), (A_1-4), (A_3-1), (A_4-2), (A_6-3), (A_5-6), (A_4-5), (A_3-2), (A_1-1), (A_4-4), (A_5-5), (A_6-6), (A_3-3), (A_2-2).

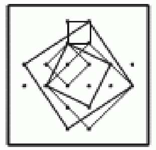
Természetesen feltevődik a kérdések: 1) Van-e más ugyanennyi lépésből álló megoldás? Erre a válasz azonnali. 2) Van-e a feladatnak kevesebb lépésből álló megoldása? Ennek a megválaszolását az érdeklődő Olvasóra bízzuk.

200. feladvány

Egy vágással a csokitáblát vágjuk el a függőleges szimmetriatengelye mentén. Az így kapott 2 fél csokitáblát tegyük egymásra, és egy második vágással vágjuk el a vízszintes szimmetriatengely mentén. Így már 4 darab 2 × 2-es csokitáblát kaptunk. Helyezzük ezeket is egymásra. Ezután egy harmadik, illetve egy negyedik vágással a vízszintes, illetve függőleges szimmetriatengely mentén éppen 1 × 1-es csokikat kaptunk mindössze 4 vágással. (A darabolásnál azt az ideális esetet vettük, amikor a késsel négy egymásra helyezett csokit is el tudtunk vágni anélkül, hogy a csoki eltört vagy elmorzsolódott volna. Éppen ezért feltételezzük, hogy a csoki kellően puha, és a késünk kellően jól vág.)

201. feladvány

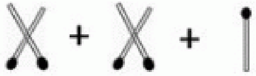
Rajzoljunk fel a lehetséges négyzettípusok mindegyikéből egyet-egyet! Ezek a mellékelt ábrán láthatók. A pontok szimmetrikus elhelyezkedése alapján a számolással meg az eredeti négyzettel együtt $9 + 4 + 4 + 2 + 2 + 1 = 22$ négyzet adódik.



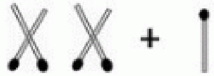
102 - 103 / 124

202. feladvány

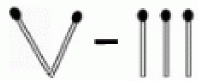
a) Például az alábbiakban szemléltetett módon:



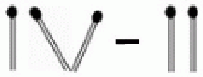
vagy



b)



vagy

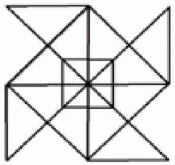


A + és – jeleket nem gyufaszálakból alkottuk, ezt a feladványszövege kifejezetten ezt nem is kérte.

203. feladvány

Bill minden bizonnyal Joe asztalán egy olyan láncdarabot látott, amely éppen 3 láncszemből áll, és így gondolkodott: ha felbontja ennek mindhárom láncszemét, akkor az asztalon lévő további 4 láncdarabot ezekkel éppen egyetlen láncba foghatja össze.

204. feladvány



A pókháló számunkra egy rajz, angolul a graph (ejtsd: gráf). A csomópontokat csúcspontoknak, két csúcspontot összekötő vonalat élnek nevezzük. Számoljuk meg minden csúcspont esetén, hogy hány él tartozik ahhoz a csúcshoz. Ez az illető csúcspont fokszáma. A számolásaink elvégzése után beláthatjuk, hogy minden csúcs fokszáma páros szám, kivéve a 4 külső négyzetcsúcsokat, amelyek fokszáma 3-3, illetve a legkülső négyzet oldalain elhelyezkedő 4 pontot, amelyek fokszáma 5-5. Könnyen belátható, hogy Csodapók terve csak akkor valósulhat meg, ha a gráfban nincsenek páratlan fokszámú csúcsok, ugyanis valahányszor egy csúcsba bemegy, onnan ki is tud jönni. A külső négyzet kerületén levő mind a 6 páratlan fokú csúcs fokát kell párosra alakítanunk, élek törlésével. Ehhez elegendő (és egyben szükséges is), hogy 4 élet töröljünk, például ahogyan a mellékelt ábra is mutatja.

205. feladvány

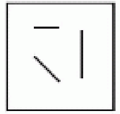
A betűk a 12 hónap nagy nyomtatott kezdőbetűje (április esetén ékezet nélkül), a számok pedig az illető hónapban levő napok utolsó számjegye. Így a sor következő tíz eleme: J1A1SZ0O1N0. A szeptember hónap kétjegyű mássalhangzóval kezdődik, ezért írtunk SZ-et és nem csak S-et.

206. feladvány

Ha a kérdésnek inkább a külalaki formáját figyeljük, akkor az 1557 egy lehetséges válasz, hiszen kiolvasható az évszámból az „ötvenöt" „hét", de ha még a számjegyek sorrendjétől is eltekintünk, akkor az 1755 még közelebbi esztendő. Ha azonban még közelebbi esztendőt keresnénk, akkor gondoljunk arra, hogy egy esztendőben éppen 52 hét van, így az 1777-es esztendőben is, de ebben még van három „7" vagyis ebben az esztendőben éppen 55 „hét" van. ☺

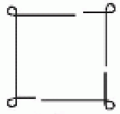
207. feladvány

Amennyiben a feladatot csak szójátéknak fogjuk fel, akkor az 1. ábra megfelel, hiszen nem föltétlen arról van szó, hogy a három vonal négyzetet kell alkosson.



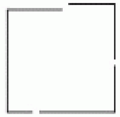
1. ábra

Amennyiben arra gondolunk, hogy négy vonal összeillesztéséből négyzetet kapjunk, akkor vagy 3 törött vonalból vagy 3 görbe vonalból valóban összeilleszthető egy négyzet. Ezt láthatjuk a 2., illetve a 3. ábrán. És ezek valóban 3 törött, illetve görbe vonalból származó négyzetek. (A 2. ábra esetén a négyzeten kívül más is látható, de a feladat erre vonatkozóan nem tett megszorítást.)

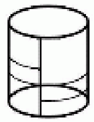


2. ábra

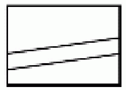
Belátható, hogy ezzel az „eljárással" akár 2 görbe vagy törött vonalból is négyzet kapható. Most a feladatot úgy oldjuk meg, hogy „kilépünk" a síkból a térbe. Egy téglalap alakú ívpapírt tűrjünk össze úgy, hogy a két „vége" összeérjen, és egy hengerpalástot alkosson. Az összeillesztési „egyenestől" kezdődően csavarvonal szerűen rajzoljunk meg 2 teljes fordulattal 2 spirálvonalat, ahogyan azt a 4. ábra mutatja. Ezután az ívpapírt újra visszaterítjük az eredeti állapotába, és az egyik oldalán a 5. ábrán látható 2 párhuzamos egyenest látjuk, ami egyetlen vonalból keletkezett! Nem marad most más hátra, mint hogy ezen párhuzamos vonalakra merőlegesen, a megfelelő távolsággal megrajzoljuk a másik két vonalat, és máris négyzetet kaptunk, lásd a 6. ábrát!



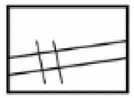
3. ábra



4. ábra



5. ábra



6. ábra

208. feladvány

Figyeljük meg, hogy minden alakzat ugyanolyan hosszúságú vízszintes, illetve még függőleges szakaszokból áll. Az első sorban ezek száma rendre 1, 2, 3, a másodikban 2, 3, 4 és a harmadikban 3, 4. Tehát egy 5 egyenlő szakaszból álló alakzat következik, ezért pontosan az ötödik alakzat a jó.

209. feladvány

A megfejtés jobb nyomon követése végett készítsük el az alábbi táblázatot. Mivel M az 1. helyről a 6.-ra került, ezért K is a 6.-ra kell kerüljön, így az (E) lehetőség kizárt. Mivel az M által a 6. helyről kiszorított S csak a 2., 4., 8. vagy 9. helyre kerülhet, ezért ugyanez érvényes a 6. helyről kiszorított A-ra is, ezért a (B) lehetőség is kieseik. Mivel P a 9. helyről az 1. vagy a 10. helyre kerülhet, ezért úgyszintén A is a 9. helyről az 1. vagy a 10. helyre kerülhet, így a (C) eset is kizárt. De mivel a megmaradt (A) és (D) esetekben az A a 9. helyről az 1. helyre került, ezért a P a 9. helyről úgyszintén az 1. helyre került, így P a 10. helyen éppen helyben maradt, tehát R a 10. helyen is helyben kell maradjon, ezért csak a (D) válasz lehet a jó!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
M	I	S	S	I	S	S	I	P	P	I
P	S	I	S	I	M	I	S	S	P	I
K	I	L	I	M	A	N	J	A	R	O

210. feladvány

Egymás utáni „ötletes" számpár keresése céljából gondoljunk arra, hogy olyan számot kellene keresnünk, amely „ötletes" szám és amelyhez ha hozzáadunk 1-et, egységrend átlépéssel (vagy átlépésekkel) 0-t vagy 0-kat kapjunk, és 5-tel kezdődjék. Így elég hamar rájöhetünk, hogy 49 999 „ötletes" szám (!) és kevesebb 9-essel nem az, továbbá 49 999 + 1 = 50 000 is ötletes szám, és ez a két szám egymás utáni. Végtelen sok létezik ilyen szám létezik, mert pl. 55…549 999 és 55…549 999 + 1 mind „ötletesek" lesznek, ha az 5-ösök száma rendre 1, 2, 3, … stb. Természetesen más egymás utáni végtelen sok „ötletes" számpárképzés is van. Az érdeklődő Olvasónak javasoljuk, hogy keresse meg a legkisebb „ötletes" számot.

211. feladvány

Minden alakzat egyforma hosszú szakaszokból áll, ezek vagy párhuzamosak, vagy 90°-os szöget zárnak be egymással. Ezért az 1. alakzat talál.

212. feladvány

$a = 11$, mert a számhármasok első komponense egymás utáni páratlan számok. Vegyük szemügyre a következő számokat: 4, 12, 24, 40, b, 84, … Ezek még így is felírhatók: $4 = 2 \cdot 1 \cdot 2$, $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$, $24 = 2 \cdot 3 \cdot 4$, $40 = 2 \cdot 4 \cdot 5$, $84 = 2 \cdot 6 \cdot 7$, ezért $b = 2 \cdot 5 \cdot 6 = 60$. Könnyen belátható, hogy $c = b + 1$, ezért $c = 61$.

Általánosítás. A szóban forgó számhármasok pitagoraszi számhármasok, vagyis igaz, hogy $a^2 + b^2 = c^2$, és ezek közül is olyan érdekesek, hogy $c = b + 1$ vagyis, $a^2 + b^2 = (b + 1)^2$. Ez utóbbi egyenletnek az összes megoldását $a = 2 \cdot n + 1$, $b = 2 \cdot n \cdot (n + 1)$, $c = 2 \cdot n \cdot (n + 1) + 1$. (Ennek egy elemi bizonyításáról a Tuzson Zoltán: *Érdekes pitagoraszi számhármasokról*, Matematikai Lapok 7/1997, 253-256. oldalain olvashatunk.) Érdekes, hogy a (3, 4, 5) az egyedüli pitagoraszi számhármas, amelyben mindhárom szám egymás utáni, hiszen az $(n - 1)^2 + n^2 = (n + 1)^2$ egyenletnek csak $n = 4$ az egyetlen pozitív egész megoldása.

Érdemes megemlíteni, hogy pl. $2^2 + 3^2 + 6^2 = 72$ a legelső olyan pitagoraszi számnégyes, amelyben 2-2 egymás utáni különböző számpár van, és ilyenekből is végtelen sok van, az $n^2 + (n + 1)^2 + (n \cdot (n + 1))^2 = (n \cdot (n + 1) + 1)^2$ alapján, és ezek képezik az összes ilyen alakú megoldást.

Befejezésül érdemes megemlíteni, hogy végtelen sok olyan pitagoraszi számhármas van, amelyekben a befogók az egymás utáni számok, pl. $3^2 + 4^2 = 5^2$, $20^2 + 21^2 = 29^2$, $119^2 + 120^2 = 169^2$, $696^2 + 697^2 = 985^2$ stb. Ennek bizonyítása már nem elemi, lásd a fent idézett szakirodalomban.

213. feladvány

Az adatok alapján $\lceil = 8$, $\cap = 1$, $\rceil = 6$, $\subset = 3$, $\Xi = 5$. Az (*a*)-(*d*) esetek mindegyikében a 2., vagy a 3., vagy a 4. helyen szerepel az előbbi szimbólumok valamelyike, ezért csak az (*e*) lehetőség marad. Ez alapján $\lfloor = 4$, $\cup = 9$, $\rfloor = 2$, és marad $\supset = 7$. Könnyen ellenőrizhető, hogy minden sorban, oszlopban és az átlók mentén a számok összege mindenesetben 15, vagyis a szimbólumok értékei az 1-től 9-ig terjedő egész számok egy 3×3-as bűvös négyzetet alkotnak.

214. feladvány

A keretben mind csak olyan alakzatok vannak, amelyek nem elágazó, nyílt törött vonalakból állnak. Ezért a 3. alakzat talál.

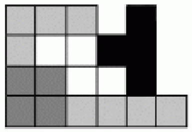
215. feladvány

Vegyük alaposabban szemügyre minden csoportban az első számot, vagyis az 1; 2; 4; 7; 11; 16 … számokat, amelyek még $1 + 0$, $1 + 1$, $1 + 3$, $1 + 6$, $1 + 10$, $1 + 15$, … összegként írhatók fel, továbbá $1 = 1$, $3 = 1 + 2$, $6 = 1 + 2 + 3$,

$10 = 1 + 2 + 3 + 4$, $15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$ és így tovább, vagyis az úgynevezett háromszög számokról van szó. Lásd például a 195. feladványmegfejtését, és ugyanott megtaláljuk, hogy $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n\cdot(n+1)}{2}$, ezért $1 = 1 + \frac{1\cdot 0}{2}$, $2 = 1 + \frac{2\cdot 1}{2}$, $4 = 1 + \frac{3\cdot 2}{2}$, $7 = 1 + \frac{4\cdot 3}{2}$, $11 = 1 + \frac{5\cdot 4}{2}$, … Tehát az $(n + 1)$-edik csoport első tagja $1 + \frac{(n+1)\cdot n}{2}$-el, az n-edik tagja pedig $1 + \frac{n\cdot(n-1)}{2}$ összefüggéssel értelmezett. Mivel $1 + \frac{n\cdot(n-1)}{2} \le 2006$ egyenlőséget teljesítő legnagyobb n érték $n = 63$, ezért a 2006 a 63. csoportban van, amely így néz ki: $1 + \frac{63\cdot 62}{2} = 1954$, 1955, …, $1954 + 99 = 2053$, ezért $2006 - 1954 + 1 = 53$ alapján a 2006 a 63. csoportban éppen az 53. tag.

216. feladvány

Igen, egy megoldás (vagyis egy sütifeldarabolás) a mellékelt ábrán látható. Az öt barátnak járó egy-egy sütidarabot az ábrán más-más színárnyalattal jelöltünk meg.



Megjegyzés. A kapott öt alakzat mindegyike 4 négyzetlap egymás mellé illesztéséből áll, és a nevük *tetrominó*. A különböző tertominók száma éppen 5.

Erről és a poliominókról általában itt olvashatunk: Robert Hardy: *Geometriai játékok*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986. 5–7. A pino, triominó, tertominó, …, poliominó elnevezések Solomon W. Golomb amerikai matematikustól származnak, és a kirakós játékok között nagyon közkedveltek.

217. feladvány

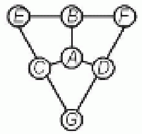
A keretben szereplő mindegyik alakzatban van középen egy vízszintes szakasz, és természetesen mind különböző alakzatok. Ezért csak a 2. alakzat talál. (Az 1., a 4. és a 6. alakzatban nem középen van a vízszintes szakasz, az 5. és 7. ismétlődne.)

218. feladvány

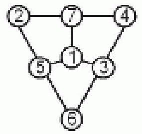
Vegyük észre, hogy az 1 nevezőjű törtek számlálója sorra 1, 3, 6, 10,… vagyis $1 = \frac{1\cdot 2}{2}$, $3 = 1 + 2 = \frac{2\cdot 3}{2}$, $6 = 1 + 2 + 3 = \frac{3\cdot 4}{2}$, $10 = 1 + 2 + 3 + 4 = \frac{4\cdot 5}{2}$ stb.

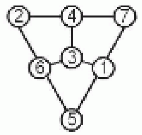
Keressük meg a legnagyobb n-et, amelyre $\frac{n\cdot(n+1)}{2} \le 2006$. Ez éppen $n = 62$. Mivel $\frac{62\cdot 63}{2} = 1953$ és $\frac{63\cdot 64}{2} = 2016$, ezért könnyebb a 2006-ot 2016-tól visszafele számolni. Vagyis: $\frac{2016}{1}$, $\frac{2015}{2}$, $\frac{2014}{3}$, …, $\frac{2016}{?}$ alapján, mivel a számláló meg a nevező összege 2017, ezért $2006 + ? = 2017$, ahonnan $? = 11$.

219. feladvány



Ha A páros szám lenne, akkor a 2, 4, 6 közül csak két páros szám marad. Ezek nem egyidőben a G, E, F csúcsok valamelyikében, pl. az E-ben és F-ben, ugyanis ekkor mind $A + B + C + E$, mind $A + B + D + F$ páros lenne. Nem lehet úgy sem, hogy egyik az E, F, G valamelyikében, és másik a B, C, D valamelyikében, pl. E-ben és B-ben, illetve E-ben és D-ben, mert ekkor $A + B + F + D$ páros, illetve $A + B + E + C$ páros lenne. Úgy sem lehet, hogy mindkettő a B, C, D valamelyikében legyen, pl. a C-ben és D-ben, mert ekkor mind $A + B + E + C$, mind $A + B + F + D$ páros lenne. Tehát E páratlan kell, hogy legyen, de E nem lehet sem 7, sem 5, mert ekkor a másik három szám összege $15 - 7 = 8$, illetve $15 - 5 = 10$ lenne, és sem 15, sem 10 nem bontható fel három különböző módon, három szám összegére.





Ha $A = 3$, akkor $15 - 3 = 12 = 1 + 5 + 6 = 1 + 4 + 7 = 2 + 4 + 6$. Ha $A = 1$, akkor $15 - 1 = 14 = 2 + 5 + 7 = 3 + 4 + 7 = 3 + 5 + 6$, és mivel ezek két-két 3 tagú összegre való felbontások, páronként az 1, 4, 6, illetve 3, 5, 7 kétszer előforduló számokkal, így ezek az oldalközepeken helyezkednek el, és csak a mellékelt ábrákon látható megoldásokat adják. Tehát az A helyére csak 1-es vagy 3-as kerülhet.

220. feladvány

A keretben levő mindegyik alakzat esetén az alakzatokat alkotó szakaszok összhossza egyforma, éppen ezért csak a 7. ábra talál.

221. feladvány

Az ábra alapján az első négy helyen levő téglalapok rendre 1, 3, 7, 15 téglalapból állnak, és mivel $1 = 2^1 - 1$, $3 = 2^2 - 1$, $7 = 2^3 - 1$, $15 = 2^4 - 1$, ezért a 2007. helyen levő nagytéglalap pontosan $2^{2007} - 1$ téglalapból fog állni! A felsorolt példákon észrevehető, hogy a sötét téglalapok száma egyel több mint a világos téglalapok száma.

Ezért $x+x+1=2^{2007}-1$, vagyis $2\cdot x=\ 2\cdot(2^{2006}-1)$, így a világos téglalapok száma $x=2^{2006}-1$, és a sötétek száma $x+1=2^{2006}$.

222. feladvány

Könnyen belátható, hogy 2 egymás után elhelyezett *a*, *b* betű összes sorrendcseréinek a száma $2 = 1 \cdot 2$. Továbbá 3 egymás után elhelyezett *a*, *b*, *c* betű összes sorrendcseréinek a száma $6 = 1 \cdot 2 \cdot 3$, ugyanis balról legelsőnek bármelyik betűt írva le, a mögötte levő 2 betűt összesen 2-2-féleképpen cserélhetjük.

Ha az *a*, *b*, *c*, *d* betűk sorrendcseréinek számát akarjuk vizsgálni, akkor a 4 betű közül akármelyiket is írjuk le balról legelsőnek, a mögötte levő 3 betűt mind a négy esetben hatféleképpen csereberélhetjük, ezért a négy betű összes sorrendcseréinek (permutációinak) a száma $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$, és így tovább.

Figyeljük meg jól az egyes alakzatok dudorainak, illetve mélyedéseinek a helyzetét és a számát. Az 1-es, a 3-as, a 7-es és a 9-es alakzat egyforma, továbbá a 2-es és a 4-es, valamint a 6-os és a 8-as egyforma.

A sarkon lévő 1-es, 3-as, 7-es és 9-es számú alakzatok egybevágók, ezek a többitől függetlenül 24-féle képen cserélhetők. Az 5-ös csak fordulhat! Mind a négyféle helyzetében a 2-es a 4-essel és a 6-os a 8-assal függetlenül cserélhető. Ez $4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ eset. Így összesen $16 \cdot 24 = 384$ eset van, vagyis ennyi az összerakható négyzetek száma.

223. feladvány

A keretben levő alakzatok mindegyikének a felső része egy téglalap! Ezért a hiányzó helyre a 4. ábra talál.

224. feladvány

Megfigyeléseink eredményeit egy táblázatba foglaljuk össze, előbb a sötét, aztán az összes, és végül a világos négyzetlapok számát követjük. Az 1, 2, 4, 8, … számok a 2-nek a hatványai, ezért $a=2^{2006}$ a sötét négyzetlapocskák száma.

Az alatta levő sorban $0 = 2^1-2$, $2 = 2^2-2$, $6 = 2^3-2$, $14 = 2^4-2$, $30 = 2^5-2$, $62 = 2^6-2$, … vagyis $b=2^{2007}-2$.

Az utolsó sorba $a+b=2^{2007}-2+2^{2006}=2\cdot 2^{2006}+2^{2006}-2\ =3\cdot 2^{2006}-2$ talál.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	…	2007.
Sötét	1	2	4	8	16	32		a
Világos	0	2	6	14	30	62		b
Összesen	1	4	10	22	46	94		a+b

225. feladvány

Keressük meg a kocka éleinek a negyedelő pontjait. Ezek segítségével, az élekkel párhuzamos vonalak mentén szeleteljük fel a püspökkenyerek hosszában, széltében és magasságában is 4-4 egyenlő részre. Így összesen $4 \times 4 \times 4 = 64$ egyforma kis kocka alakú darabokat kapunk. Ezek közül: 8 darab van (a sarokkockák) amelyeknek 3-3 oldaluk csokibevonatos, 24 darab van (az élek mentén levő, de nem sarokkockák), amelynek 2-2 oldaluk csokibevonatos, 24 darab van (a lapokon levő „belső” kockák) amelyeknek 1-1 oldaluk csokibevonatos. A csokibevonat nélküli (a „belül” levő) kockák száma összesen $2 \times 2 \times 2 = 8$. Az igazságos elosztás tehát így történik: mindenki 2 püspökkenyérkockát kap, minden olyan kockát, amelynek 3 oldala csokibevonatos, egy csokibevonat nélkülivel társítunk, 8 személy kap ilyent, a további 24 személy pedig fejenként 1 + 1 olyan püspökkenyérkockát kap, amelyeknek 1, illetve 2 oldala csokibevonatos.

226. feladvány

A keretben levő mindegyik alakzat tartalmaz egy balra fordított T betűt. Ezért a 4. alakzat talál.

227. feladvány

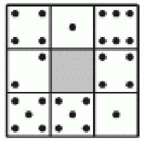
Megfigyeléseink eredményeit a táblázatban foglaljuk össze. Az 1, 3, 9, 27, … számok alapján nyilvánvalóan $a=3^{2006}$ a sötét háromszöglapok száma a 2007. háromszögben.

Az alatta levő sorban a 3. oszloptól kezdődően $4 = (9-1) : 2 = (3^2-1) : 2$, $13 = (27-1) : 2 = (3^3-1) : 2$, $121 = (81-1) : 2 = (3^4-1) : 2$ és így tovább. Tehát $b=(3^{2006}-1):2$. A legalsó sorban $a+b=3^{2006}+(3^{2006}-1):2=(3^{2007}-1):2$.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	…	2007.
Sötét	1	3	9	27	81	243		a
Világos	0	1	4	13	40	121		b
Összesen	1	4	13	40	121	364		a+b

228. feladvány

Ne tévesszen meg az a tény, hogy a 4 dominó csupán $4 \times 2 = 8$ négyzetlapból áll, ugyanis a feladvány nem egy négyzetlap összerakását kéri. Az ábrán egy lehetséges kirakást mutatunk be. Itt mind a négy oldal mentén a pontok összege 11. Az ábrán a sötét négyzet a dominók által le nem fedett négyzet alakú üreget jelöli.



229. feladvány

Figyeljük meg, hogy minden sorban, az utolsó helyen levő alakzat éppen az előtte levő három alakzat „közös része". A negyedik sorban az alakzatok „közös része" I, vagyis éppen ez a hiányzó alakzat.

230. feladvány

Ha a billentyűzet bal oldalához egy tükröt helyezünk, akkor a számokat máris a „normális" helyzetükben látjuk. Így mivel az 1, 2, 3, 4, 5-nek megfelelő jelek rendre találnak a megadott öt jellel, ezért a 6, 7, 8, 9-nek megfelelő jeleknek is találniuk kell a tükörben látható jelekkel. Ez azt jelenti, hogy a billentyűzeten az 1 a 3-mal, a 4 a 6-tal, a 7 a 9-cel össze vannak cserélve, a 2, az 5 és 8 pedig a helyén vannak. Vagyis a 6789 tárcsázásához a következő jelsorozatot kell megnyomni: ┐└ ⊔ ┘.

231. feladvány

Az egyes sorokhoz tartozó tagokat a sor-oszlop megnevezésével adjuk meg: (1) 1b, 3c, 5e, 8d; (2) 2a, 6b, 7f, 9g; (3) 2e, 4g, 9b, 6h; (4) 1d, 5a, 7c, 3f; (5) 1a, 5c, 7e, 1h; (6) 2b, 9e, 8a, 5f; (7) 4d, 6g, 9c, 1j; (8) 8b, 10a, 6d, 8g; (9) 1c, 4a, 8e, 10f; (10) 3a, 2g, 10c, 10h; (11) 1e, 2c, 10d, 7g; (12) 1g, 2d, 4b, 9f; (13) 2f, 2h, 6a, 10g; (14) 3b, 5b, 7a, 10e; (15) 3d, 4c, 3g, 10b; (16) 3e, 4f, 7b, 6f; (17) 4e, 5d, 9a, 9d; (18) 3h, 6c, 5h, 8h; (19) 4h, 8c, 8f, 6e; (20) 5g, 7d, 7h, 9h.

232. feladvány

A bal oldali *A* betű után a következő betűcsoportok felváltva ismétlődnek: *BACUS* és *UCABA*. Mivel 2007 = 5 · 401 + 2 = 1 + 5 · 401 + 1, ezért a 2007. helyen levő betű a 402. betűcsoport, vagyis az *UCABA* betűcsoport első betűje, az *U* betű található.

233. feladvány

A (4)-ből következik, hogy a vadász és az egyik Úr ugyanabban a városban laknak, és a (3) állítást is figyelembe véve ez az Úr nem lehet Madarász Úr, mert Madarász Úr gyerekeinek a száma 4, és ez nem osztható 3-mal.

A (2)-ből következik, hogy a vadász nem lakik sem Dugóváron, sem Cérnahalmon. Az (1)-ből következik, hogy Vadász Úr Dugóváron lakik, vagyis ő sem lakik a vadásszal egy városban. Ezekből az következik, hogy a vadász szomszédja éppen Halász Úr.

A (6)-ból következik, hogy Madarász Úr Cérnahalmon lakik, mivel valamelyik Úrnak Cérnahalmon kell laknia, és ez nem Vadász Úr, aki Dugóváron lakik, és nem

Halász Úr, aki Dugóvár és Cérnahalom között félúton lakik. Tehát az maradt, hogy a vadászt Madarásznak hívják.

Az (5)-ből következik, hogy a halász nem Halász (hiszen nem érhet haza saját magánál hamarabb), ezért csak Vadász lehet a halász, és az előbbiekkel is összevetve, a madarász neve Halász. Tehát: a halász neve Vadász, a vadász neve Madarász és a madarász neve Halász.

234. feladvány

Írjuk ki azokat az összegeket, amelyekben szerepel az *e* betű:

$$b + e + h = 2007,\ d + e + f = 2007,\ a + e + i = 2007,\ c + e + g = 2007.$$

Ezeknek a megfelelő oldalait összeadva és átcsoportosítva kapjuk, hogy:

$$(a + b + c) + (d + + e + f) + (g + h + i) + 3 \cdot e = 4 \cdot 2007,$$

vagyis $3 \cdot 2007 + 3 \cdot e = 4 \cdot 2007$, ahonnan $3 \cdot e = 2007$, ezért $e = 669$.

235. feladvány

Lehetséges, ha például jelen voltak: Én (aki mindezt állította) a házigazda (1), a házigazda felesége (2), a feleség anyja (3), apja (4), az Én nagyapám (5), a három gyerekünk (6,7,8) – egy fiú, és két leány – akik mindhárman ikrek. Az ikrek ugyanabba az osztályba járnak, a feleség anyja, apja és nagypapa a szomszédunkban laknak. És ez így éppen 8 személy. ☺

236. feladvány

Legyen a bűvös összeg értéke $3x$. A 233. feladványában láttuk, hogy a 3 × 3-as bűvös négyzetek középső mezőjébe a bűvös összeg $\frac{1}{3}$-a kerül. Esetünkben tehát $c = x$, és felírható, hogy $9 + x + 5 = 3x$, ahonnan $x = 7$, így $3x = 21$.

Továbbá $9 + a + 7 = 21$, ahonnan $a = 5$, $a + c + f = 5 + 7 + f = 21$, ahonnan $f = 9$, $e + f + 5 = e + + 9 + 5 = 21$, ahonnan $e = 7$, $9 + b + e = 9 + b + 7 = 21$, ahonnan $b = 5$, $b + c + d = = 5 + 7 + d = 21$, ahonnan $d = 9$. A kitöltött bűvös négyzet a mellékelt ábrán látható. (A feladványt a 233. feladvány felhasználása nélkül is megoldhattuk volna, ha megismételjük az ott felírt négy egyenletből álló egyenletrendszer megoldását, vagy másképpen is.)

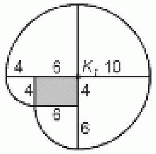
9	5	**7**
5	7	9
7	9	**5**

237. feladvány

A mellékelt ábrákon látható méreteket követve számolunk. A kutyák által bejárt körívek hosszának összege rendre

$$K_1 = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot 10\pi + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 4\pi + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 6\pi = 20\pi \text{ méter, illetve}$$

$K_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10\pi + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 7\pi + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3\pi = 20\pi$ méter,

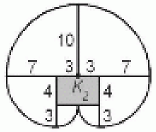


vagyis mindkét kutya ugyanakkora kerületű helyet járhat be.

A két kutya által bejárható körcikkek területeinek az összege rendre:

$T_1 = \frac{3}{4} \cdot 102 \cdot \pi + \frac{1}{4} \cdot 42 \cdot \pi + \frac{1}{4} \cdot 62 \cdot \pi = 88\pi\ m^2$, illetve

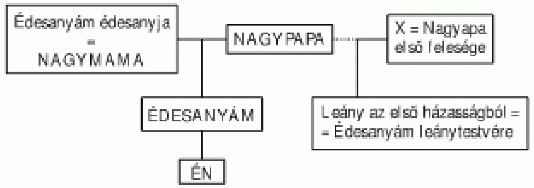
$T_2 = \frac{1}{2} \cdot 102 \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot 72 \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot \pi = 79\pi\ m^2$.



Tehát az egyenlő kerület ellenére Péter kutyája nagyobb területet tud bejárni, mint a Pál kutyája.

238. feladvány

A könnyebb megértés végett próbáljuk szemléltetni az információkat. Leolvasható, hogy az anyai nagyapa kétszer nősült, mindkét házasságából egy-egy leánygyerek született, az egyik éppen az, aki az egészet meséli (ÉN). Tehát a fényképen X = nagyapa első felesége látható!



239. feladvány

A mellékelt ábra szerint jelölje a, b, c, d, e, f, g, h valamilyen sorrendben az A, B, A, C, U, S, L, P betűknek megfelelő 8 értéket. Ekkor $d + A + e = x$, $b + A + g = x$, $a + A + h = x$, $c + A + f = x$ (ahol x a bűvös összeg). Mivel az a, b, c, d, e, f, g, h betűk között van két A betű, ezért lehetséges, hogy:

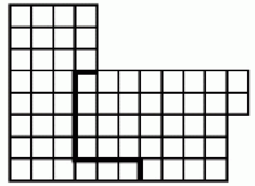
a	*b*	*c*
d	*A*	*e*
f	*g*	*h*

1) Az egyik egyenletben mindhárom betű A, pl. $a = h = A$, ekkor $b + c = c + e$, ahonnan $b = e$, ami absurdum, vagy ha pl. $d = e = A$, akkor pl. $a + h = a + f$, ahonnan $h = f$, ami absurdum.

2) Egyik egyenletben sincs három A betű, akkor van 2 olyan egyenlet, amelyikben két-két A betű van, ekkor a harmadik betűk is egyformák kell legyenek, ez absurdum. Tehát nem lehet, hogy egy bűvös négyzetben pontosan 3 szám ismétlődjék, és több nem, vagyis a kért módon nem készíthető bűvös négyzet. ☹

240. feladvány

A mellékelt ábrán vastag vonallal jelöltük, hogy hol kell a síkidomot feldarabolni, és könnyen belátható, hogy ezek összeillesztésével valóban négyzetlapot kapunk.

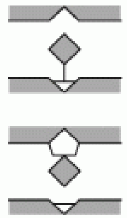


241. feladvány

A megadott összegállandós bűvös négyzetben az 1; 2; 3; ...; 9 számokat rendre $a^1, a^2, a^3, \ldots, a^9$ számokkal helyettesítve ($a \neq 0$ és $a \neq 1$), az egyenlő alapú hatványok szorzási szabálya alapján máris egy szorzatállandós bűvös négyzetet kaptunk. Ha most ezekben a számokban mindegyik hatványkitevőhöz hozzáadunk pl. 2006-ot, akkor a bűvös szorzat a^{6033}, és a kapott számok eleget tesznek a kért feltételeknek.

242. feladvány

Feltételezzük, hogy a munkások az ábrán látható „alsó” parton vannak. Ekkor két deszkát az első ábra szerint rendeznek el, mindegyikük visz magával egy-egy másik deszkát, sorra átmennek a „középső” deszkán. A „szigetre” érve magukhoz veszik az a deszkát, amin átjöttek, és a három deszkával a másik parton a második ábrán látható konstrukciót végzik el. Egyszerre indulnak el, egyik a bal és másik a jobb oldali deszkán óvatosan haladnak, hogy ne billenjen oldalra a „barkácsolásuk”, és átjutnak a túlsó partra. ☺

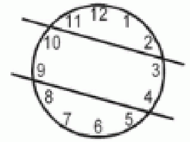


243. feladvány megoldása

Az első törlés után azon sorszámú betűk maradnak, amelyek oszthatóak 2-vel, a második törlés után azok, amelyek oszthatóak 4-gyel, és így általában, az n-edik lépés után azok, amelyek oszthatóak $2n$-nel. A betűsorban kezdetben $2007 \cdot 6 = 12\,042$ betű volt. A végén az a betű marad, amelynek a sorszáma a legnagyobb, 12 042-nél nem nagyobb 2 hatvány. Mivel $2^{13} = 8192 < 12\,042 < 16\,384 = 2^{14}$, ezért a 13. törlés után csak a $2^{13} = 8192$. betű marad a táblán. És mivel $8192 = 1365 \cdot 6 + 2$, ezért a 8192-dik betű az 1366-dik *ABACUS* szó második betűje, vagyis a B betű.

244. feladvány

Mivel $1 + 2 + \ldots + 12 = 78 = 3 \times 26$, ezért a kért felosztás elméletileg lehetséges, hiszen az óra számlapján levő számok összege osztható hárommal. Csupán annyi kételyünk lehet, hogy a számoknak az óralapon való elhelyezkedése miatt ténylegesen lehetséges-e, hogy a három tartományt éppen két egyenessel tudjuk úgy megvalósítani, hogy a keletkezett három tartományban a számok összege valóban egyenlő legyen. Nos, azt az elvet követve, hogy ha a legnagyobb számok a legkisebb számokkal kerülnek egy-egy csoportba, akkor könnyebb azonos összegeket kialakítanunk hamar beláthatjuk, hogy ténylegesen van megoldás. Egy ilyen felosztás a fenti ábrán látható, ahol $11 + 12 + 1 + 2 = 3 + 4 + 9 + 10 = 5 + 6 + 7 + 8 = 26$.



245. feladvány

A feltételek alapján: $a + f + e = g + h + e = k + b + e = 15$, ahonnan összegezéssel kapjuk, hogy $3 \cdot e + (a + g + k) + (f + h + b) = 45$. Ugyancsak a feltételekből $a + g + k = f + h + b = 15$, ezért $3 \cdot e = 15$, ahonnan $e = 5$. De a feltételekből $i + e = 15$, tehát $i = 10$, vagyis a többi betű értékeitől függetlenül $e = 5$ és $i = 10$.

A feladványról részletesebben és más kérdéseket is vizsgálva olvashatunk a MatLap 7/2007-es számában (Tuzson Zoltán: *Egy érdekes logikai feladatról*. 259. old.).

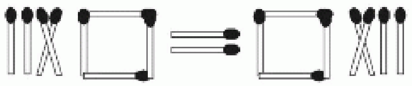
246. feladvány

A feltételek alapján, a fiúk és leányok száma a 3 fiú családjában:

1) Anti családjában:	fiúk: 1; 2; 3; 4; ...	leányok: 0; 1; 2; 3; ...
2) Béla családjában:	fiúk: 2; 3; 4; 5;...	leányok: 2; 4; 6; 8;...
3) Csaba családjában:	fiúk: 1; 2; 3; 4;...	leányok: 1; 2; 3; 4...

Ha a 3 családban a legkevesebb gyereklétszámot is vesszük, akkor is összesen 4 fiú és 3 leány lenne, ami ellentmond a 2 leány feltételnek. Ez azt jelenti, hogy Anti, Béla, Csaba közül legalább ketten testvérek kell legyenek. A $0 + 2 + 1$ minimális leányszám alapján pontosan Béla és Csaba testvérek kell legyenek. Következik, hogy az Anti családjában Ő az egyetlen gyerek, továbbá a második családban két fiú (Béla és Csaba), valamint két leány van.

247. feladvány



Legegyszerűbb, ha a nullával való szorzásra gondolunk, és kirakjuk például a mellékelt ábrán látható $2 \times 0 = 0 \times 2$ egyenlőséget. Ezután a „római kettesek"-nél vesszük el, illetve adjuk hozzá az egy-egy gyufaszálat. Az átalakítások műveletek formájába írva rendre a következők: $1 \times 0 = 0 \times 2$; $2 \times 0 = 0 \times 1$; $3 \times 0 = 0 \times 2$; $2 \times 0 = 0 \times 3$;

$1 \times 0 = 0 \times 3$; $3 \times 0 = 0 \times 1$. Tehát a válaszunk igen, és hatványozással is, vagy másképpen is előállíthatók a feltételeknek megfelelő gyufaegyenletek.

248. feladvány

Az i-edik sor és j-edik oszlop találkozásánál levő mező helyét jelöljük (i, j)-vel. A megoldás jobb megértése végett azt javasoljuk, hogy a Tisztelt Olvasó velünk együtt végezze is el a leírtakat. A két átló hiányzó mezőinek mindegyike már kiinduláskor egyértelműen meghatározható, ezért az (1, 4), (2, 2), (2, 3), (3, 3,) (4, 1), (4, 4) mezők bármelyikének kitöltésével kezdhetünk. Ezért leghamarabb ezeket a mezőket töltjük ki, ahova rendre 9-est, 9-est, 7-est, 8-ast,8-ast, 6-ost írunk. Ezután az (1, 2) helyre csakis 6-os, az (1, 3) helyre 9-es, 7-es, a (4, 2) helyre 7-es, a (2, 2) helyre 8-as, az (1, 3) helyre 6-os kell. Tehát Okos Domokos szándéka egyértelműen megvalósítható.

249. feladvány

Könnyen észrevehető, hogy a törött vonal darabok hossza mindig az előző harmadrésze, a darabszámuk pedig az előző négyszerese. Ezért $l_2 = 4 \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$, $l_3 = 16 \cdot \frac{1}{9} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$ ... és így $l_{2008} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2007}$ (A szakaszok összhossza mindig az előző állapot $\frac{1}{3}$-ad részével lesz nagyobb, így mindig $\frac{4}{3}$-adszorosára változik.)

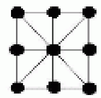
Mivel $2007 = 9 \cdot 223$, ezért az igazolandó egyenlőtlenség így néz ki:

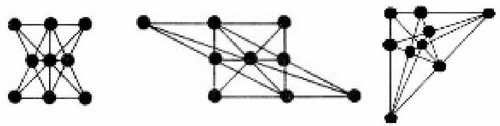
$$\left(\frac{4}{3}\right)^{9\cdot 223} > 12223 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{9} > 12 \Leftrightarrow 218 > 39 \cdot 3 \cdot 22 \Leftrightarrow 216 > 310,$$

$(28)2 > (35)2 \Leftrightarrow 2562 > 2432$, ami igaz.

250. feladvány

Az első kérdésre egy válasz alább az első ábrán látható, 9 pont (fa) pl. egy négyzet (de lehet akár téglalap vagy paralelogramma) csúcsaiban, oldalfelező pontjaiban, illetve átlóinak metszéspontjában található. A második kérdésre három válasz a következő három ábrán látható:





Forrásanyag

Adler, Irit – Levy, Shem: *Képrejtvényes IQ- torna*. Aranyhal Könyvkiadó, Budapest, 2007.

Allen, Robert (szerk.): *Mensa. Nagy szellemi párbaj. Több mint 500 feladat*. Magyar Könyvklub, Budapest, 1999.

Allen, Robert – Gale, Harold – Skitt, Carolyn: *Mighty Mindbenders*. Mensa Publications, Barnes&Noble Books, New York, 1996.

Allen, Robert: *Mensa Publication Presents The Ultimate Mental Challenge*. Barnes&Noble Books, New York, 1995.

Barcelona-Deckname, Angeles: *Intelligenciatesztek és fejtörők. 1000 probléma és megoldás*. Napraforgó Kiadó, Budapest, 2005.

Barna, Andrei: *În puterea noatră autoeducația.* Editura Albatros, București, 1989.

Berger György: *Logikai fejtörők az IQ fejlesztésére*. Black & White Kiadó, Budapest, 1997.

Bolhovitnov – Koltovoj – Lagovszkij: *Furfangos fejtörő feladatok*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest – Mir Kiadó, Moszkva, 1989.

Brecher, Erwin: *A logikai rejtvények és fejtörők nagykönyve*. Akadémia Kiadó, Budapest, 1997.

Bryon, Mike: *Ultimate psychometric test, Over 1000 verbal, numerical, diagrammatic and IQ practice tests*. Kogan Page, London and Philadelphia, 2008.

Cameron, Joe: *IQ Mindbenders, Over 500 Mind-bending Puzzles*. Arcturus Publishing Limited, 2007.

Cameron, Joe: *IQ puzzles, Over 500 mind-benders & brainteasers*. Arcturus Publishing Limited, 2007.

Carter, Philip – Russell, Ken: *Succeed at IQ tests, Improve your numerical, verbal and spatial reasoning skills*. Kogan Page, London and Philadelphia, 2008.

Carter, Philip – Russell, Ken: *Baffing brain teasers*. Ward Lock Book, 1992.

Carter, Philip – Russell, Ken: *Beat The IQ Challenge*. Ward Lock Book, 1993.

Carter, Philip – Russell, Ken: *Book of IQ tests*. Kogan Page, London and Philadelphia, 2005.

Carter, Philip – Russell, Ken: *Brain busters*. Ward Lock Book, 1992.

Carter, Philip – Russell, Ken: *Challenging IQ tests*. Sterling Publishing Company, Inc., 1998.

Carter, Philip – Russell, Ken: *Fejleszd az IQ-dat!* Akadémiai Kiadó, Budapest, 1997.
Carter, Philip – Russell, Ken: *More IQ testing, 250 new ways to release your IQ potential*. The IQ workout series, John Wiley & Sons Ltd, 2002.
Carter, Philip – Russell, Ken: *Test your IQ, 400 new tests to boost your brainpower*. Kogan Page, London and Philadelphia, 2000.
Carter, Philip – Russell, Ken: *Test Your IQ*. Ward Lock Book, 1992.
Carter, Philip – Russell, Ken: *Teste de inteligenta IQ. 1*. Editura Meteor Publishing, București, 2011.
Carter, Philip – Russell, Ken: *Teste de inteligenta IQ. 2*. Editura Meteor Publishing, București, 2007.
Carter, Philip – Russell, Ken: *Teste de inteligenta IQ. 3*. Editura Meteor Publishing, București, 2009.
Carter, Philip – Russell, Ken: *Teste de inteligenta IQ. 4*. Editura Meteor Publishing, București, 2007.
Carter, Philip – Russell, Ken: *Teste de inteligenta IQ. 5*. Editura Meteor Publishing, București, 2013.
Carter, Philip – Russell, Ken: *Teste logice pentru provocarea minții*. Meteor Press, București, 2011.
Carter, Philip – Russell, Ken: *The Great IQ Challenge*. Barnes&Noble Books New York, 1996.
Carter, Philip – Russell, Ken: *The IQ challenge*. Barnes&Noble Books New York, 1993/1994.
Carter, Philip – Russell, Ken: *The ultimate IQ test book*. Kogan Page, London and Philadelphia, 2007.
Carter, Philip –Russell, Ken: *Maximize your brainpower, 1000 new ways to boost your mental fitness*. The IQ workout series. John Wiley & Sons Ltd, 2002.
Carter, Philip –Russell, Ken: *Test and assess your IQ, Numerical, verbal and spatial aptitude tests*. Kogan Page, London and Philadelphia, 2008.
Carter, Philip: *Advanced IQ tests*. Kogan Page, London and Philadelphia, 2008.
Carter, Philip: *IQ and aptitude tests*. Kogan Page, London and Philadelphia, 2007.
Carter, Philip: *IQ and personality tests*. Kogan Page, London and Philadelphia, 2007.
Carter, Philip: *IQ and psychometric tests, Asses your peronality, aptitude and intelligence*. Kogan Page, London and Philadelphia, Second edition 2007.
Carter, Philip: *IQ Grown Your Mind*. Arcturus Publishing Limited, 2008.

Carter, Philip: *Test and assess your brain quotient*. Kogan Page, London and Philadelphia, 2009.
Carter, Philip: *Test your IQ. 400 question to boost your brain power*. Second edition. Kogan Page, London and Philadelphia, 2009
Carter, Philip: *The Complet Book of Intelligence Tests*. Wiley & Sons Ltd., 1988.
Clarke, Barry R.: *Puzzles 4 Pleasure*. Cambridge University Press, 1994.
Dobrovolny, Bohumil: *Matematikai ki mit tud az IQ fejlesztésére*. Black&White Kiadó, Nyíregyháza, 2001.
Dumitrescu, Dan: *Complicat? Nu! Foarte simplu! Teste de inteligență*. Editura Sanda, București, 2011.
Dumitrescu, Dan: *Fiți inteligent!* Editura Sanda, București, 2012.
Dumitrescu, Dan: *Testați-vă inteligența*. Editura Sanda, București, 2011.
Dumitrescu, Dan: *Teste de inteligentă și perspicacitate*. Editura Sanda, București, 2011.
Eysenck, H. J.: *Ismerd meg az IQ-dat!* Akadémiai Kiadó, Budapest, 1995.
Feenstra, Marcel – Carter, Philip – Harding, Cristopher: *The ultimate IQ challenge*. Ward Lock Book, 1994.
G. Nagy László: *A világ legnépszerűbb logikai rejtvényei*. Magyar Könyvklub, Budapest, 1999.
G. Nagy László: *A világ legújabb logikai rejtvényei*. Magyar Könyvklub, Budapest, 2001.
G. Nagy László: Vadonatúj logikai rejtvénycsodák. Mérték Kiadó, Budapest, 2005.
Gale, Harold – Skitt, Carolyn: *Ismerkedj az IQ-ddal*. Magyar Könyvklub, Budapest, 1998.
Gale, Harold – Skitt, Carolyn: *Măriți-vă IQ-ul*. Meteor Press, București, 2010.
Gale, Harold: *Számrejtvények. Több mint 200 feladvány*. Magyar Könyvklub, Budapest, 1998.
Gardner, Martin: *Mathematics Magic And Mistery*. Dover Publications, Inc., New York, 1956.
Gardner, Martin: *New Mathematical Diversions*. The Mathematical Assotiations of America, 1995.
Gatez, William: *IQ Max Intelligencia Teszt*. Merlin Agency Book, 1998.
Grosswirth, Marvin –Salny, Abbie F.: *The Mensa Genius Quiz Book 2*. Addison-Wesley Publishing Company, 1983.
Guran, Eugen: *Matematică recreativă*. Editura Junimea, Iași, 1985.
Hársing Lajos: *Agyvizit – Az IQ-tól a kvízig*. Magyar Könyvklub, Budapest, 2001.

Huge Book of Puzzles. Arcturus Publishing Limited, 2007.

Imrecze Zoltánné – Reiman István – Urbán János: *Fejtörő feladatok felsősöknek*. Szalay Könyvkiadó és Kereskedőház Kft, 1999.

Katona Renáta (szerk.): *Logikai egypercesek 1. Az elme játékai.* DFT-Hungária, Budapest, 2007.

Katona Renáta (szerk.): *Logikai egypercesek 2.Trükkös feladványok*. DFT-Hungária, Budapest, 2008.

Kaufman, Alan S.: *IQ Testing 101*. Springer Publishing Company, New York, 2009.

King, Lloyd – Carter, Philip: *Puzzles for the high IQ*. Sterling Publishing Company, Inc., New York, 1996.

Lăzărescu, Dan: *Paleoaritmetica și alte probleme de logică.* Editura Albatros, Bucuresti, 1981.

Loyd, Sam: *Cyclopedia of Puzzles*. New York, The Lamb Publishing Company.

Martin, Carole: *Boost your interview IQ*. Mc Graw-Hill, New York, 2004.

Mensa Presents Mighty Mind Boosters. Barnes&Noble Books New York, 1996.

Miholcsa Gyula: *Labirintus. Logikai és egyéb fejtörők*. Appendix Kiadó, Marosvásárhely, 2010.

Miller, John Laurence: *Mind Magic*. McGraw-Hill, New York, 2005.

Munzert, Alfred W.: *Test Your IQ*. Prentice Hall, New York, 1994, 3-th edition.

Olehnyik, Sz. N. – Nyesztyerenko, J. V. – Potapov, M. K.: *Régi szórakoztató feladatok*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1990.

Oprișiu, Nicolae: *Mai în glumă, mai în serios*. Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1981.

Oprișiu, Nicolae: *Olimpiada jocurilor raționale*. Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1984.

Patkó Norbert: *Jó fej vagy? Szórakoztató logikai feladványok*. Animus Kiadó, Budapest, 2006.

Pellegrino, Richard – Politis, Michael: *The complete idiot's guide to improving your IQ*. Alpha Books, New York, 1999.

Poniachik, Jaime – Poniachik, Lea: *Hard-to-solve brainteasers, Official American Mensa Puzzle Book*. Sterling Publishing Company, Inc., 1998.

Róka Sándor: *IQ- torna kicsiknek*. Tóth Könyvkereskedő és Kiadó, Debrecen, 2001.

Róka Sándor: *Játékos IQ-teszt gyerekeknek*. Vagabund Kiadó, Nyíregyháza, 2008.

Russell, Ken – Carter, Philip: *Discover your IQ Potential, Unlock the power of your mind*. Arcturus Publishing Limited, 2001.

Ryan, Steve: *Rejtvényes IQ-torna*. Aranyhal Könyvkiadó, Budapest, 2006.

Salny, Abbie F. – Frumkes, Lewis Burke: *Mensa Hink-Smart Book*. Harper&Row Publisher, New York, 1986.

Salny, Abbie F.: *The Mensa Book of Worlds*. Word Games, Puzzles & Oddities, Harper&Row Publisher, New York, 1988.

Siewert, Horst H.: *Cum să ne calculăm coeficientul de inteligența*. Editura Gemma Pres, București, 2004.

Siewert, Horst H.: *Intelligencia tesztek*. Trivium Kiadó, Budapest, 1996.

Simpson, Fraser: *IQ tests*. Orient Paperbacks, 2004.

Sloane, Paul: *Test Your Lateral Thinking IQ*. Sterling Publishing Company, Inc., New York, 1994.

Sullivan, Norman: *IQ brainteasers, Over 300 brainteasing puzzles*. Arcturus Publishing Limited, 2007.

Sullivan, Norman: *Test your own IQ again*. Black Dog & Leventhal Publishers, New York, 1988.

Székely Zoltán: *Eszező. Agypörgető feladványok.* Corvin Kiadó, Déva, 2012.

Szöllősi Péter (szerk.): *Intelligencia Teszt IQ*. Vagabund Kiadó, Nyíregyháza, 1997.

Szöllősi Péter (szerk.): *IQ teszt*. Vagabund Kiadó, Nyíregyháza, 1999.

Tamaș, Carmen Daniela: *100 probleme de logică*. Editura Taida, Iași, 2014.

The original Cambridge Self-Scoring, IQ Test, Magni Group Inc., P.O. Box 849, 1993.

Tuzson Zoltán: *Hogyan oldjunk meg aritmetikai feladatokat*. Ábel Kiadó, Kolozsvár, 2011.

Wise, Bill – Conrad, Hy – Peterson, Bob: *Mensa Wodunits Main Street*. A division of Sterling Publishing Co., Inc., New York, 2004.