Bevezetés a számrendszerekbe

Laponként haladjuk, de a figyelem, ill. az érdeklődés csökkenése esetén, semmiképpen ne folytassuk!
A négy egymást követő lapon egyre nehezebb…
Az első oldalt már próbáltam egy ovissal is… A többivel nincsen tapasztalatom.

Gyerekkorom egyik kedvenc könyve volt „Fridolin, a pimasz borz” (Hans Fallada)
Olvassátok el , talán nektek is tetszeni fog! Ebből mesélek egy „csupa-matekot”…

A borzmama csak kettőig tudott számolni és az esti séták után így számolta meg kölykeit: "egy, kettő, sok, sok, sok, sok". Ezért lophatta el egy róka a három nap alatt egy-egy kölykét anélkül, hogy az anyjuk észrevette volna. Pedig minden este, hazaérkezve a közös sétáról, leltározott: „egy, kettő, sok, sok, sok, sok. megvannak.” Csak a negyedik esti hazaérkezés leltározásakor (a kölykök megszámolásakor) vette észre kétségbeesetten, hogy „egy”, „kettő”,… és… jujjuijjjujj… elveszett a „sok”!!!

Tudod-e, hogy mi a hiba a mesében?

Az biztos, hogy nem kettőig, hanem háromig tudott számolni, hiszen ugye a „sok” a hármat jelentette neki.

Ámha, picurkát gondolkodott is volna, akkor a „sok”-akat is meg tudta volna számolni. Úgy, hogy a kettő után következik a „sok”, ami folytatható úgy is, hogy „sok-egy”, „sok-kettő”, „sok-sok”.
Folytathatja is a számlását: „soksok-egy”, „soksok-kettő”, „soksok-sok”.
Innentől áll csak meg a tudománya, mert a következő számok már mind: ***soksoksok, soksoksok, soksoksok***,

Hogy is van ez?

A borzok nem tudnak írni, de elrendezhetik a megszámolandó kicsinyeiket négyzetalakban úgy, hogy meg tudják számolni: három olyan sor van, aminek mindegyikében 3 van.
(Ekkor 12 kölyökből csak hármat lophatott volna a róka úgy, hogy a mama nem veszi észre.)

Ha beszélni tudnának, akkor talán így számolnának:

Egy(1), kettő(2), sok(3), sok-egy(4), sok-kettő(5), soksok(6), soksok-egy(7), soksok-kettő(8), soksoksok(9), soksoksok(10), soksoksok(11), soksoksok(12)

Írni pedig? Talán, ha felfedeznék a számok jeleit, egy>>>1, kettő>>>2, sok>>>3.

Az ember biztosan így írná le (és azt is észrevenné, hogy a számjegyek összege adja a „megszokottakat”) :

1	**2**	**3**	**31**	**32**	**33**	**331**	**332**	**333**	*333*	*333*	*333*	*333*	*333*
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*

No szóval: kilencig biztosan el tudott volna számolni borzmama.

Miért ne tudná ezt egymás után többször is, de legalább háromszor megtenni? Miért ne tudná egymás után háromszor, ha már tud háromig számolni? Úgy bizony! Könnyedén képes akár 27-ig is elszámolni…

Mit gondoltok, mire gondolok?
Bizony mondom, aki háromig tud, az nemcsak 9-ig, de 27-ig is el tud számolni.
Kíváncsiak vagytok rá hogyan? Folytassuk?

Szinte biztos voltam abban, hogy tetszeni fog nektek, ezért még feladatlapokat is hoztam a folytatáshoz.

Miért ne tudná ezt egymás után többször is, de legalább háromszor megtenni?

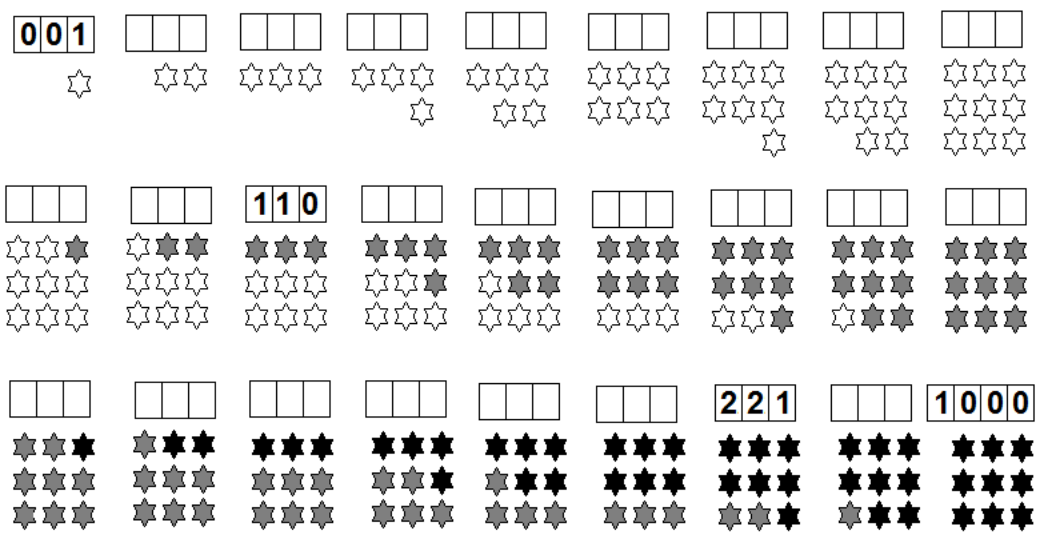
Gondold azt, hogy van 27 megszámolandó kölyök, hármasával egymás alatt három sorban és mindegyiknek a fején még kettő, pont úgy, mint ahogy 27 db kockából összerakhatunk egy 3x3x3-as nagyobb kockát.

Az összes lehetséges esetet lerajzoltam csillagokkal úgy, hogy szürkék azok, amelyeken 1 db másik is van, a feketék pedig azok, amiknek a fején 2-2 db másik is van.
Az ábra bal felső sarkából jobbra indulva, a csillagok számossága (meg is számolhatod):
1, 2 , 3, …, 9. Az alsó sorban pedig: 19, 20, 21, … 27. (A középsően balról-jobbra ugye: 10, 11, 12, … 18.)

Ennek a rendszernek a leírásához is elegendő három számjegy: 0, 1, 2 , amivel most azt jelezzük, hogy hány tele réteg van, azok mellett hány tele sor van és még hány figyelembe nem vett van. (A „3”-at ugye azért nem használjuk, mert 3 egymás mellett az már egy teljes sor, három sor pedig egy teljes réteget ad ki.)

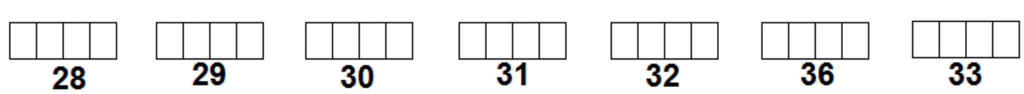
A három négyzetet úgy töltsd ki, hogy balról az elsőbe írd be a tele rétegek számát, a középsőbe a tele sorok számát (de csak azokat, amiket korábban nem vettél figyelembe a rétegeknél), a jobb oldaliba pedig a fennmaradó csillagok számát (amiket sem a rétegeknél, sem a soroknál nem vettél még számításba).

<u>Segítségként értsd meg a már kitöltötteket.</u>

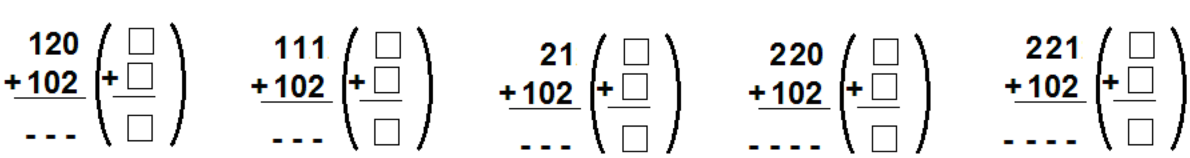


(Ez a 3-as számrendszer, amiben csak 3 db számjegy van, azaz a „3”-at soha ne írjuk le, hanem úgy működik, ***<u>mint a megszokott 10-es számrendszerben a tízes-, százas-, ezres átlépés.)</u>***

Próbáld meg folytatni:



Ha megértetted, akkor már összeadni is sikerülni fog a 3-as számrendszerben.
(Pont ugyanúgy, ahogy megszoktad, csupán a 10-es átlépés helyett, a 3-as átlépésre kell figyelni.)
Próbáld meg, add össze, azután a fentiekből keresd ki, hogy melyik szám mit jelez a „megszokott” 10 féle szám közül és írd be mindegyik mellé a pici négyzetekbe.



Ugye, hogy milyen érdekes és mennyire egyszerű, hogy a 10-es számrendszerben megtanult „helyi-érték-átlépések” itt is működnek és (hát persze!) ugyanazt az eredményt adják…

<u>Ha az ember megfigyel, észrevesz és gondolkodik, akkor a borzmama első táblázatából másképp is eljuthat valami hasonló számsorhoz. (</u>

*Az ember „**eszköz-készítéséhez szerszámot készítő állat**”.*
Nem butaság! Több „okos” állatnál megfigyelték, hogy eszközt használ. Bottal leveri az almát a fáról, fűszálat dug a hangyabolyba és a rágyülekezetteket felfalja. Híres volt az a japán kísérlet is, amikor egy makákó majom a tengerpart homokjába szórt burgonyát úgy tisztogatta le, hogy vízbe dobta…
(Ami lehet véletlen is, de a többi is eltanulta és az utódaik pedig leutánozták. Itt ugye a víz volt az eszköz.)
Sőt! Több olyan megfigyelést is feljegyeztek, hogy emberszabású majmok egy éles kagylóval, levékonyítják azt a botot, amivel a darázsfészekből kikapargathatják a mézet.
*A kiválasztott kagyló ugye a mézlopó **eszköz** tökéletesítéséhez, nem más, mint **szerszám**.*
Ez bizony egy logikai lánc, (mi több: tervezett, a célokat sorrendbe állító és végrehajtó lánc), de az állatvilág legfejlettebb egyedeinél sem folytatódik: azaz olyan szerszámot, amivel az eszközkészítő szerszámot tökéletesíthetnék, már nem használnak.
Gondolj csak az ősember szakócájára (kőbaltájára), amit egy másik kővel pattintgatott élesebbre.
Mi köze ennek a matekhoz? A logikai lánc! Az összefüggések felfedezése, a miérteken történő elgondolkozás, a rendszerbe foglalás, a sorrend eltervezése. Csak mi, a föld urai(***), az emberek vagyunk képesek erre.
(***)De jó lenne, ha -a nagyobb és okosabb felelősségével- inkább jó gazdái és védelmezői lennénk!)

Nézzük az alábbi táblázat felső sorát! Mindegyik cellába írt jel egy-egy, a többitől eltérő számot jelent. Van közöttük egyjegyű, kétjegyű és háromjegyű. „Fedezzük fel a nullát” és egészítsük ki vele úgy, hogy mindegyik szám „három jegyű” legyen! Ezzel a három jeggyel biztosan tovább számolhatunk 9-nél!

	1	**2**	**3**	**31**	**32**	**33**	**331**	**332**	**333**	*333*	*333*	*333*	*333*	*333*
000	**001**	**002**	**003**	**031**	**032**	**033**	**331**	**332**	**333**	*333*	*333*	*333*	*333*	*333*
0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*

Vegyük észre, hogy a 0 helyére mindig egy 3 kerül, kivéve a jobb szélső számjegyet, ami lehet 1, 2 és 3 is. Miért ne lehetne a középső számmal is ezt megtenni és ugyanennyi számjeggyel nemcsak 9-ig, hanem sokkal tovább is elszámolni? Az első négy oszlop mutatja a rendszert, amit követhetünk az 5.6.7. oszlopra is:

000	**001**	**002**	**003**	**031-033**											
000	**001**	**002**	**003**	**010**	**011**	**012**	**013**	**020**	**021**	**022**	**023**	**030**	**031**	**032**	**033**
0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**

No! Most már 15 különböző számot írtunk le és még folytatni is tudjuk ha felismerjük a „helyi értéket” és megértjük a használatát. Ha megértetted, akkor biztosan tudod folytatni:

100	**101**	**102**	**103**	**110**	**111**										
16	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**

Nézz vissza a 3-as számrendszerre! Vedd észre a hasonlóságokat és megérted: ez most a „4-es számrendszer”. Próbáld meg kikövetkeztetni, (vagy még tovább folytatni), hogy mennyit jelent: a fenti szabállyal írt: **333=_ _**
(Ha nem megy ne erőltesd, majd a következő lapon könnyebb lesz. Az alábbiakat azonban, meg tudod oldani.)

írd le 2-es számrendszerben a számokat 1-től 12-ig:

írd le 6-os számrendszerben a számokat 1-től 12-ig:

írd le 14-es számrendszerben a számokat 1-től 12-ig:

*(Hogyan oldod meg azt, hogy ebben a táblázatban minden szám „**<u>egyszámjegyű</u>**” ?*

Vajon mennyit jelent ez, a 2-es számrendszerben leírt szám: ***1011=?***

Kezdjünk el számolni a 2-es számrendszerben:
1(1),10(2),11(3),100(4),101(5),110(6),111(7),1000(8),1001(9),1010(10),1011(11) és látjuk: **11**

Így könnyű, de meddig kell elszámolnunk, hogy ehhez a számhoz jussunk el: **100100110101 ?**

Tegyük be egy „helyi érték” táblázatba sorendben a számokat, számjegyekre szétosztva (jobbról balra):

											1(1)	***1***
										1(2)	*0*	***2***
										1(2)	*1(1)*	***3***
									1(4)	*0*	*0*	***4***
									1(4)	*0*	*1(1)*	***5***
									1(4)	*1(2)*	*0*	***6***
									1(4)	*1(2)*	*1(1)*	***7***
								1(8)	*0*	*0*	*0*	***8***
								1(8)	*0*	*0*	*1(1)*	***9***
								1(8)	*0*	*1(2)*	*0*	***10***
								1(8)	*0*	*1(2)*	*1(1)*	***11***
								1(8)	*1(4)*	*0*	*0*	***12***
								1(8)	*1(4)*	*0*	*1(1)*	***13***
								1(8)	*1(4)*	*1(2)*	*0*	***14***
								1(8)	*1(4)*	*1(2)*	*1(1)*	***15***
							1(16)	*0*	*0*	*0*	*0*	***16***
							1(16)	*0*	*0*	*0*	*1(1)*	***17***
							1(16)	*0*	*0*	*1(2)*	*0*	***18***
							1(16)	*0*	*0*	*1(2)*	*1(1)*	***19***
A felismert szabály szerint, tovább jobbról balra haladva folytatható a „mankónk”…												
1(2048)	*1(1024)*	*1(512)*	*1(256)*	*1(128)*	*1(64)*	*1(32)*	*1(16)*	*1(8)*	*1(4)*	*1(2)*	*1(1)*	
2^{11}	2^{10}	2^{9}	2^{8}	2^{7}	2^{6}	2^{5}	2^{4}	2^{3}	2^{2}	2^{1}	2^{0}	
… és ahol 1-es van azokat összeadjuk												
1	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	
2048			**256**			**32**	**16**		**4**	**2**		**2358**

„4-es számrendszerben mit jelent a 333 ?

		3	**3**	**3**	
4^4	4^3	4^2	4^1	4^0	
		3x16	*3x4*	*3x1*	
		48	*12*	*3*	**63**

Táblázat készítés nélkül is át tudod alakítani a jeleket a megszokott 10-es számrendszerbe?

Mielőtt elbíznád magad, egy nehezebb kérdés (csak akkor tudod, ha eddig mindent megérettél)
Ami az 5-ös számrendszerben így néz ki: 234, az hogyan néz ki 3-as számrendszerben?

Miért érdekes ez az egész? Mindegyik számtani művelet helyes megoldást ad bármelyik számrendszerben.
Az is megtanítható számolni, aki csak az igen-t, és a nem-et ismeri. Ez ugye két jel, tehát „2-es számrendszer”
A számítógépek ezt használják. Vajon miért választotta az emberiség a 10-es számrendszert?