

Eredeti forrás: **Pintér Klára: Játsszunk Dienes Zoltán Pál logikai készletével!**

<http://www.jgypk.u-szeged.hu/methodus/pinter-klara-jatsszunk-logikat-logikai-keszlettel/>

A logikai készlet lapjaival kapcsolatos alábbi játékok akkor válnak transferálható tudássá, ha más reprezentáción is eljátsszuk őket. Ezért célszerű a logikai készlet mintájára készleteket alkotni, ezek lehetnek bábok, kártyák, stb., amelyekkel esetleg a formák kirakása nem működik, de a többi fejlesztő hatás ugyanúgy érvényesül. Amikor a gyerekek először találkoznak a logikai készlettel, hagyni kell őket, hogy tetszésük szerint különböző formákat rakjanak ki az elemekből. Ezzel megismerik az elemeket, kreativitásuk, asszociációs képességük fejlődik, ahogy a kirakott formákba belelátják valóságos tárgyak képét.

Alkossunk csapatokat az elemekből! (A csapatok alkotása valamely tulajdonság szerinti válogatást jelent, az elemek különböző tulajdonságait kell felismerni a gyerekeknek. A különböző megoldások kapcsán megbeszéljük a csapatok nevét, az elemek tulajdonságainak megnevezését.)

A két csapatra osztás leggyakoribb megvalósításai:

Lyukas – teli (vagy sima vagy nem lyukas)

A két csapatban levő elemek ekkor „hasonlítanak” legjobban egymásra. Ez azzal is jár, hogy a csak lyukasságban különböző elemeket a legnehezebb megkülönböztetni.

Kicsi – nagy A két csapat elemszáma megegyezik.

Kerek – szögletes

A formák neve: kör, négyzet, háromszög. Négyzet helyett mondhatunk négyszöget, de mindig javítani kell, ha valaki kockát mond!

Piros vagy sárga – kék vagy zöld

Színek szerint is lehet nem egyforma elemszámú csapatokat alkotni, például piros – nem piros, ekkor a tagadással megfogalmazott tulajdonság szerinti válogatást gyakorolhatjuk.

A több csapatra osztás legkézenfekvőbb megoldásai: három csapatra a formák, négy csapatra a színek alapján.

Egy elem összes tulajdonságának felsorolása

Ezt gyakorolhatjuk úgy, hogy mindenki húz egy elemet, és „bemutatkozik”, azaz elmondja annak az elemnek az összes tulajdonságát. A tulajdonságokat tetszés szerinti sorrendben mondhatjuk, de sokszor célszerű rögzíteni egy sorrendet, úgy könnyebb követni, hogy mindet felsoroltuk-e.

Elemek kiválasztása

(a) Kép alapján A Képkereső társasjáték segítségével

A Képkereső társasjáték mezői a logikai készlet elemei, amelyeket egyszerűen körberakhatunk az asztalon. Minden játékosnak van egy bábuja, ezzel halad a körberakott elemeken, mindig annyit lép, amennyit egy dobókockával dobott. Minden játékos kap egy képet, amely a logikai készlet néhány eleméből áll, (vagy amelyet a logikai készlet elemei egészítenek ki) minden elem egy képen van rajta. Aki lép, felveheti azt az elemet, amelyikre lép, ha szüksége van rá a saját képéhez. A más játékosok által felvett elemek már nincsenek a mezők között, így azokra nem is kell rálépni. (Erre azért van szükség, hogy a játékos ne lépjen olyan elemre, amit már valaki felvett, valamint, hogy gyorsabban körbeérjen a játékos, ha átugrott olyan elemet, amelyikre szüksége lenne.) Az győz, aki először kirakja a saját képét. A játékot egyszerűbb elkészíteni, ha a képek nem tartalmazzak színeket, így a megadott méretű és lyukasságú formákat bármilyen színből ki lehet rakni. Ez fel is gyorsítja a játékot, hiszen egy helyre (amíg más el nem viszi) négy elem illik.

(b) Kép alapján emlékezetből

A logikai készlet elemeiből készítünk egy képet egy lapra. (Az elemeket felragaszthatjuk gyurmaragasztóval is, ügyelve arra, hogy az elemeken levő lyukak jól láthatóak legyenek.) Minden gyereknek van egy teljes logikai készlete. A lapot 10 másodpercig felmutatva tartjuk, ezalatt a gyerekek nem írhatnak, és nem nyúlhatnak az elemekhez. Eztán lefordítjuk a lapot, és a gyerekeknek ki kell rakni a látott képet emlékezetből. Vigyázzunk, hogy a képen levő elemek száma megfeleljen a gyerekek fejlettségi szintjének.

(c) A tulajdonságok felsorolása alapján: Telefonos játék.

Párban játszunk. Az egyik játékos kirak egy képet, amit a másik nem lát. Ezután elmondja, hogy sorban melyik elemet hova tette, ez alapján kell a másiknak ugyanazt a képet kirakni, a kirakás helyességét ellenőrzik. Például, rakj ki egy kicsi, teli, sárga négyzetet, fölé egy kicsi, lyukas, piros háromszöget, a négyzet bal oldalára egy kicsi, lyukas, sárga négyzetet, ez alá egy kicsi, teli, zöld négyzetet, a lyukas, sárga négyzet fölé pedig egy nagy, lyukas, zöld kört. Nagyon fontos eleme ennek a játéknak a gyerekek kommunikációjának fejlődése mellett a tájékozódás, a téri viszonyok megnevezése.

(d) Egy elem kiválasztása tapintás útján

A logikai készlet elemeit egy zsákba tesszük. Ebből kérünk egy elemet a tulajdonságainak felsorolásával, amit a gyerekek a zsákból látatlanban kell kivenni. A tulajdonságok közt ekkor a szín nem szerepelhet. A játék fejleszti a formaállandóságot.

(e) A tulajdonságok felsorolása alapján: Elemkérő játék.

A logikai készlet elemeit egyenlően szétosztjuk 4 játékos között, a játékosok nem látják egymás elemeit. Ezután minden játékos húz egy színekártyát a piros, sárga, zöld, kék színekártyák közül, ez határozza meg, hogy milyen színű elemeket kell összegyűjtenie (az első körben úgyis kiderül, ki milyen színt gyűjt, így nincs értelme titkolni). Az győz, akinek először sikerül összegyűjtenie az összes saját színű elemét. Egy lépésben egy játékos odafordul egy másikhoz, és kér tőle egy elemet a kért elem összes tulajdonságának felsorolásával, ugyanakkor felajánl neki egy elemet a sajátjai közül ugyancsak az összes tulajdonság megnevezésével. Ha valaki rendelkezik a kért elemmel, köteles odaadni. Ha nincs nála, akkor a következő játékos kér. Az A játékos által B-nek felajánlott elemek tulajdonságainak megjegyzése segíti a B játékos, hogy mit kérjen A-tól, amikor ő kerül sorra, hiszen célszerű mindenkinek olyan színű elemet ajánlani, amelyet gyűjt. Azt is meg kell jegyezni, hogy ki nem tudta odaadni az általunk kért elemet, ne kérjük tőle még egyszer. A saját elemeinket is rendszerbe kell állítani, hogy tudjuk, hogy melyik elem hiányzik még. Három játékos esetén vagy három színnel játszanak, vagy különböző formákat gyűjtenek a játékosok.

Az elemek rendszerének megismerése

(a) Pakoljuk be az elemeket a dobozba!

A dobozban minden formának és méretnek két hely van, kézenfekvő az egyikbe a lyukasakat, a másikba a teliket tenni, sőt sokan úgy pakolnak, hogy egy ilyen oszlopon belül a színek sorrendje is állandó.

(b) Ábrázoljuk az elemek rendszerét gráffal!

A pedagógusok számára rendkívül fontos, hogy átlássák, gráffal ábrázolják a lapok rendszerét, azt, hogy mindegyik lehetőség mindegyikkel előfordul. Az ábrázolásnál tetszőleges sorrendben vehetjük a tulajdonságokat, azon belül is a lehetőségeket, így ez a gráf nagyon sokféle lehet.

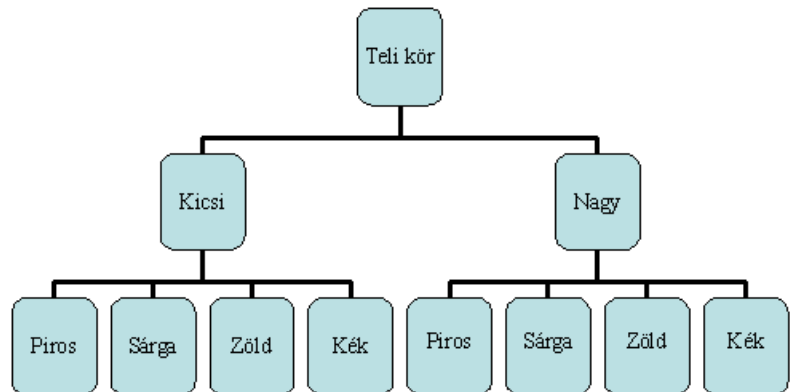
A rendszer átlátása teszi lehetővé, hogy a készlet elemeinek számát a gyerekek fejlettségi szintjének megfelelően csökkenthessük, hiszen még a játék sem vonzó annak a gyereknek, akinek ez túl nagy nehézséget jelent. Így olyan feladatot kell adni a gyerekeknek, ami a saját szintjükön elvárható erőfeszítéssel éppen elvégezhető. A készletet kézenfekvő elfelezni a lyukaság alapján, de lehet a méret alapján is, harmadolni a formák alapján, negyedelni pedig a színek alapján.

(c) Alkossunk 8 elemű részrendszert!

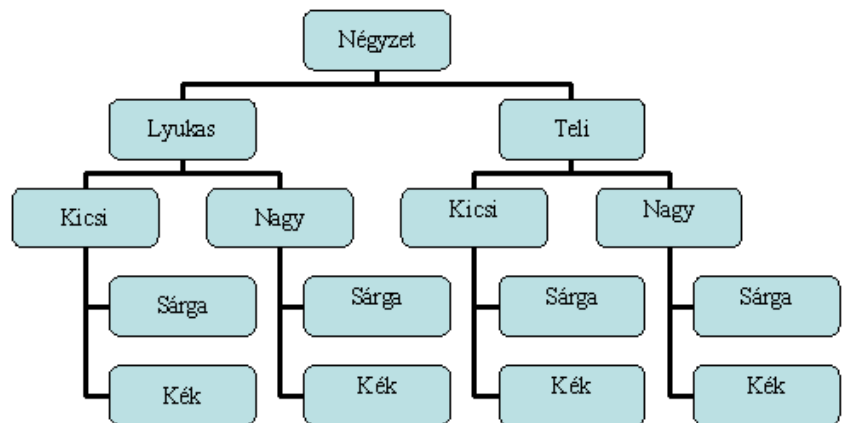
8 elemet kaphatunk két tulajdonság vagy három tulajdonság változtatásával. A gyerekek számára könnyebb, ha kevesebb tulajdonság változik, kevesebb szempontra kell figyelni.

Példák 8 elemű részrendszerekre:

Két tulajdonság változik:



Három tulajdonság változik:



(d) Én vagyok a szarka

Két játékos játssza. A logikai készlet elemeit kirakjuk, és az egyik játékos egyet elvesz belőle egy elemet úgy, hogy a másik játékos nem látja, melyiket. A másik játékosnak a maradékból kell következtetnie a kivett elemre. Ezt akkor tudja megmondani, ha az asztalon maradt elemeket rendszerbe rakja, és látja, hogy honnan hiányzik. Ez a játék a komplementer halmazra irányítja a figyelmet, ami mindig nehezebb a gyerekek számára.

II. Soralkotás

A sorozatok képzése fontos a szabálykövetés, szabályosságok felismerésének gyakorlására, fejleszti a gyerekek szeriális észlelését. Mindegyik sorozatos tevékenység társasjátékként játszható úgy, hogy a játékosok között véletlenszerűen kiosztjuk a logikai készlet elemeit úgy, hogy mindenki ugyanannyit kapjon (esetleg több készlet elemeit, ha sokan vannak). A játékosok sorban raknak a megadott szabály szerint, ha tudnak. Aki nem tud rakni, passzol. Az a játékos győz, akinek először fogynak el az elemei.

Periodikus ismétlődés tulajdonságok alapján

(a) Egy tulajdonság szerinti szabályosság

Kirakunk néhány elemet valamilyen szabály szerint, a gyerekeknek ezt folytatniuk kell, ha ez sikeres, akkor megfogalmazzuk a szabályt. Ilyen szabály lehet például: Felváltva ismétlődnek piros, kék elemek, melyek többi tulajdonsága tetszőleges. Rendre a kör, háromszög, négyzet formák ismétlődnek ebben a sorrendben. Három kicsi, egy nagy, három kicsi, egy nagy ismétlődik.

(b) Két tulajdonság szerinti szabályosság

A két tulajdonság periódusa ugyanaz, például: A nagy kék négyzet után minden második kék, minden második sárga, minden második négyzet, minden második kör: kék négyzet, sárga kör, kék négyzet, sárga kör, ...

A két tulajdonság periódusa különböző, például: A nagy kék négyzet után minden második nagy, minden második kicsi, és a kék, sárga, zöld színek ismétlődnek ebben a sorrendben.

A szabályosságok megfogalmazását variáljuk, hogy a gyerekek szokják a sorozatalkotás különböző nyelvi formáit. Például ugyanennek a szabálynak egy másik nyelvi változata: Ha egy elem nagy, akkor a következő kicsi, ha egy elem kicsi, akkor a következő nagy. Ha egy elem kék, akkor a következő sárga, ha egy elem sárga, akkor a következő zöld, és ha egy elem zöld, akkor a következő kék. A „ha ..., akkor ...” kifejezést nyíllal helyettesíthetjük:

nagy→kicsi, kicsi→nagy, kék→sárga, sárga→zöld, zöld→kék.

Ezeknél a játékoknál érdekes kérdés, hogy méret és szín szerint milyen a 15., a 25., a 296. elem. Lehet külön számolni a tulajdonságokat: mivel minden második nagy, és az 1. nagy, ezért minden páratlanadik elem nagy, minden párosadik elem kicsi, így a 15., a 25., elem nagy, a 296. pedig kicsi. A színek hármásával ismétlődnek, az 1. kék, a 2. sárga, a 3. zöld, így minden 3-mal osztható sorszámú elem zöld, minden olyan elem, melynek 3-as maradéka 1, az kék, amelynek 3-as maradéka 2, az sárga, így a 15. elem zöld, a 25. kék, a 296. pedig sárga. Nézzhetjük együtt a két tulajdonságot, így 6-osával ismétlődnek az elemek: nagy kék, kicsi sárga, nagy zöld, kicsi kék, nagy sárga, kicsi zöld, nagy kék, stb. Ekkor a 6-os osztási maradék szerint változnak az elemek: 1 maradék esetén: nagy kék, 2 maradék esetén: kicsi sárga, 3 maradék esetén: nagy zöld, 4 maradék esetén: kicsi kék, 5 maradék esetén: nagy sárga, 0 maradék esetén: kicsi zöld. Ez alapján a 15. elemnél 3 a maradék, így ez nagy zöld, a 25. elemnél 1 a maradék, így ez nagy kék, a 296. elemnél 2 a maradék, így ez kicsi sárga elem.

A szabályos ismétlődés sok probléma megoldásánál alkalmazható.

Feladat: Milyen nap lesz, december 24-én, karácsony este, ha ma szeptember 19-e, hétfő van? Ekkor még $11+31+30+24=96$ nap telik el karácsonyig. Mivel a hét napjai 7-esével ismétlődnek, a 96-nak a 7-es maradéka alapján tudjuk megmondani a napot: $96=13\cdot 7+5$, ez azt jelenti, hogy 13 hét és 5 nap telik el, hétfőtől 5 napot számolunk, így a szombatra jutunk.

Szomszédos elemek közti tulajdonságok különbsége alapján

(a) Egykülönbség játék:

Lerakunk egy elemet, a következő ettől pontosan egy tulajdonságban tér el, minden elem a közvetlen előtte állótól pontosan egy tulajdonságban tér el.

Az egy különbség játéknak játszhatjuk olyan változatát is, amikor nemcsak balról jobbra, hanem lefele, felfele is folytathatjuk a sort. Ekkor azonban vigyázni kell, hiszen, ha a nagy lyukas kék négyzetet jobbra a nagy lyukas zöld négyzettel, lefele a nagy lyukas kék körrel folytattuk, akkor ez utóbbi mellett jobbra csak a nagy lyukas zöld kör lehet, hiszen jobbra és lefele is teljesülnie kell annak, hogy a szomszédos elemek pontosan egy tulajdonságban térnek el.

Feladat: Hányféle elem következhet a nagy lyukas kék négyzet után?

Csak méretben különbözik 1 elem: kis lyukas kék négyzet.

Csak színben különbözik 3 elem: nagy lyukas piros négyzet, nagy lyukas sárga négyzet, nagy lyukas zöld négyzet.

Csak lyukasságban különbözik 1 elem: nagy teli kék négyzet.

Csak formában különbözik 2 elem: nagy lyukas kék kör, nagy lyukas kék háromszög.

Összesen $1+3+1+2=7$ -féle elem következhet a nagy lyukas kék négyzet után.

(b) Kétkülönbség játék:

Lerakunk egy elemet, a következő ettől pontosan két tulajdonságban tér el, minden elem a közvetlen előtte állótól pontosan két tulajdonságban tér el.

Feladat: Hányféle elem következhet a nagy lyukas kék négyzet után?

Rendszerezzük a lehetőségeket táblázatban, +, ha egyezik, – ha különbözik az adott tulajdonság szerint:

méret	szín	lyukasság	forma	elemszám
+ nagy	+ kék	- teli	- kör, háromszög	2
+ nagy	- piros, sárga, zöld	+ lyukas	- kör, háromszög	$2 \cdot 3 = 6$
+ nagy	- piros, sárga, zöld	- teli	+ négyzet	3
- kicsi	+ kék	+ lyukas	- kör, háromszög	2
- kicsi	+ kék	- teli	+ négyzet	1
- kicsi	- piros, sárga, zöld	+ lyukas	+ négyzet	3

Összesen: $2+6+3+2+1+3=17$ elem.

(c) Háromkülönbség játék:

Lerakunk egy elemet, a következő ettől pontosan három tulajdonságban tér el, minden elem a közvetlen előtte állótól pontosan három tulajdonságban tér el. Ebben az esetben a szomszédos elemek pontosan egy tulajdonságban egyformák, mégis nehezebb, mint az egykülönbség játék a tagadó forma miatt, hiszen ekkor 3 tulajdonság szerint változhatnak az elemek. Az előzőhöz hasonlóan számolhatjuk össze, hogy hányféle elemmel lehet egy adott elemmel kezdődő sorozatot folytatni. Lényeges, hogy a gyerekek mindig mondják, hogy melyik tulajdonságban egyeznek és melyekben térnek el a szomszédos elemek a hibázás elkerülésének érdekében.

A lapokból álló logikai készlet helyett más reprezentációban is készíthetünk logikai készletet. Ezek lehetnek olyan, a kisgyerekek számára kedves alakok, amelyekkel olyan sorozatot is alkothatunk, amelyek mesébe ágyazva időbeli sorrendiséget is adnak, miközben a szomszédos elemek pontosan egy tulajdonságban térnek el egymástól. Például mackó elindul sétálni, felveszi a kalapját, séta közben virágot szed, útközben találkozik egy katicával, aki a kalapjára ül.

III. Barkochbák

A barkochba játékokat két játékos játszhatja, az egyik gondol valamire, amit a másikkal ki kell találni. Ehhez kérdéseket tehet fel, amire igennel vagy nemmel lehet válaszolni.

A készlet méretét mindig a korosztálynak megfelelően határozzuk meg, és fokozatosan növeljük. Több barkochbánál lehetősége van a kérdező játékosnak arra, hogy a készletet kirakva maga elé a válaszoknak megfelelően félrerakja azokat az elemeket, amelyek már nem jöhetnek szóba. A játék során fokozatosan térjünk

rá arra, hogy fejben játsszanak a gyerekek. A kirakás segít abban is, hogy a gyerekek könnyebben megfigyeljék, hogy milyen kérdést érdemes feltenni, hogy végül minél kevesebb kérdéssel találják ki a gondolt elemet. Ha kisebb gyerekek játszanak egymással, érdemes megkettőzni a szerepeket, hiszen sokszor a kérdésekre adott válaszokban sem biztosak. Aki gondol, feltétlen fogja meg a gondolt elemet, hogy rápillantva ellenőrizze a válaszait.

Hagyományos barkochba

Az egyik játékos gondol egy elemre, a másik kérdéseket tehet fel, melyekre igennel vagy nemmel lehet felelni, ezekből kell kitalálnia, melyik elemre gondolt a társa. (Ugyanez az elve a játékboltokban kapható közkedvelt Guess Who játéknak, ahol embereket kell kitalálni az arcképekről leolvasható különböző tulajdonságok alapján, például férfi-nő, szemüveges-nem szemüveges, stb.). A játék során tapasztalatot lehet szerezni igaz, hamis állításokról, olyan halmazok kialakításáról, melyre bizonyos állítások igazak. Gyerekek számára hasznos tapasztalat a komplementer halmazról, amikor pl. a „Piros?” kérdésre „Nem.” a válasz, akkor a sárga, zöld és kék elemeket kell félrerakni

Feladat: Legkevesebb hány kérdéssel lehet biztosan kitalálni egy gondolt elemet?

Mivel minden tulajdonság mindegyik másikkal szerepel valamelyik elemen, minden tulajdonságot ki kell találni. A méret és a lyukasság kitalálásához 1-1 kérdés szükséges, és elegendő is. A forma kitalálásához szükség lehet 2 kérdésre, hiszen egy kérdés után, akárhogy kérdezzük, előfordulhat, hogy kétféle forma marad. A szín kitalálásához biztosan elég 2 kérdés, ha először nem egy színre kérdezzük, hanem kettőre: „A gondolt elem piros vagy sárga?”, így két színre szűkítjük a lehetőségek számát, amiből már egy kérdéssel kitalálhatjuk a gondolt elem színét. Így összesen 6 kérdésből biztosan ki lehet találni a gondolt elemet.

Hazudós barkochba

Abban különbözik a hagyományos barkochbától, hogy minden kérdésre a válasz tagadását mondjuk. Minden válasz után figyelni kell a tagadásra, így a figyelem és a tagadás értelmezésének fejlesztését szolgálja. Ha a „Piros?” kérdésre „Nem” a válasz, akkor nem igaz, hogy az elem nem piros, ami azt jelenti, hogy piros a dupla tagadás törvénye szerint.

Két vagy több lapra gondolunk egyszerre

Ekkor a kérdezőnek lehetősége van a két vagy több lap egymáshoz való viszonyára kérdezni. Például egy játék lehet a következő: két elemre gondolunk:

Kérdés	Válasz	Megjegyzés
Egyforma alakúak?	Igen.	
Háromszög vagy négyzet?	Nem.	Nem igaz, hogy háromszög vagy négyzet=Nem háromszög és nem négyzet. Tehát kör mindkettő.
Van köztük zöld vagy kék?	Nem.	Minden elem piros vagy sárga.
Van köztük piros?	Igen.	
Mindkettő piros?	Nem.	Nem igaz, hogy mindkettő piros=Van olyan, ami nem piros. Azaz egy piros és egy sárga kör.
A piros nagy?	Nem.	Ha piros, akkor nagy? Formában is fogalmazható a kérdés. A piros kör kicsi.
Mindkettő kicsi?	Nem.	Tehát a sárga kör nagy.
Van köztük lyukas?	Nem.	Nem igaz, hogy van lyukas=Mindkettő nem lyukas. Tehát mindkettő teli. A két elem: a kicsi piros teli kör és a nagy sárga teli kör.

Életkortól függően lehet elemezni a kérdéseket és válaszokat, tapasztalatot szerezhetnek a játékosok a minden, van olyan, és, vagy kifejezéseket tartalmazó állítások tagadásáról, vagyis a De Morgan azonosságokról, ahogy a fenti kiemelésekből látszik.

Fordított barkochba

Az eddigiek során tulajdonságokból határoztunk meg elemeket, ennél a barkochbánál ezt megfordítjuk, az elemek alapján határozzuk meg a tulajdonságot. A váltás, a játék megfordítása fejleszti a reverzibilitás képességét. Az egyik játékos gondol egy tulajdonságra a következő 11 tulajdonság közül: kicsi, nagy, lyukas, teli, kör négyzet, háromszög, piros, sárga, zöld, kék. (könnyebb megérteni a játékot, ha ezek a tulajdonságok külön-külön kártyákra vannak írva).

A másik játékos egy elem felmutatásával kérdez, a társa megmondja, hogy a felmutatott elemnek megvan-e a gondolt tulajdonsága. Ez alapján két csoportba rakjuk sorban az elemeket, az „igen” csoportban levők közös tulajdonságát keressük, ami egyetlen „nem csoportban levőnek sincs meg.

Igen	Nem

Egy példa:

Kérdés	Válasz	Megjegyzés
Kicsi lyukas sárga négyzet	Nem	A gondolt tulajdonság nem lehet a kicsi, a lyukas, a sárga és a négyzet.
Nagy teli piros kör	Nem	A gondolt tulajdonság nem lehet a nagy, a teli, a piros és a kör.
Nagy lyukas zöld háromszög	Igen	A nagy és a lyukas már nem lehetett, így csak a zöld vagy a lyukas lehet a gondolt tulajdonság. Legközelebb olyan elemet kell felmutatni, amelyik vagy nem zöld, de háromszög, vagy zöld, de nem háromszög.
Nagy lyukas kék háromszög	Nem	A gondolt tulajdonság nem lehet a háromszög, így csak az marad, hogy a zöld tulajdonságra gondolt.

Hány közös tulajdonság van?

Az egyik játékos a logikai készlet egy lapjára gondol, a másik játékos egy lap felmutatásával kérdez, a válasz pedig az, hogy a felmutatott lapnak hány közös tulajdonsága van a gondolt lappal. A felmutatott lapokat érdemes táblázatban gyűjteni a közös tulajdonságok száma szerinti csoportokban.

4	3	2	1	0

Egy gyors játék lehet a következő:

Kérdés	Válasz	Megjegyzés
Kicsi teli sárga kör	0	A gondolt elem nagy és lyukas, nem sárga és nem kör.
Nagy piros lyukas háromszög	2	A nagy és lyukason kívül nincs más közös tulajdonság, ezért nem piros és nem háromszög, tehát négyzet.
Nagy lyukas kék négyzet	3	A nagy lyukas négyzet biztos egyezik, ezért nem kék, tehát csak zöld lehet.

Ha nem 0 tulajdonság egyezik, akkor célszerű úgy kérdezni, hogy mindig egy tulajdonságot változtatunk. A példa szemlélteti, hogy a lehetséges válaszokból mire lehet következtetni:

Kérdés	Válasz	Megjegyzés
Nagy teli kék háromszög	2	
Nagy teli zöld háromszög	2	Csak a szín változott, az egyező tulajdonságok száma nem, így egyik szín sem stimmel, a gondolt elem se nem kék, se nem zöld.
	3	A gondolt elem zöld.
	1	A gondolt elem kék.

IV. Halmazok

A tulajdonságok felismerését követi a tulajdonságok alapján történő csoportosítás, ahol figyelembe kell venni, hogy nő a nehézség, ha több szempont szerint végezzük az osztályozást. Először a gyerekekkel hétköznapi dolgokkal játszunk ún. egy,- kétkarikás játékokat, melyek során halmazokba rendezünk dolgokat, személyeket. Például: Álljanak az egyik karikába azok a gyerekek, akik szemüvegesek, a másikba azok, akiken van kék ruhadarab, a két karika közös részébe kerülnek azok a szemüveges gyerekek, akiken van kék ruhadarab, a karikákon kívül azok állnak, akik nem szemüvegesek és nincs rajtuk kék ruhadarab. Válogassuk egy bőröndbe a nyaraláshoz szükséges holmikát!

Ezután játszhatunk hasonló játékokat a logikai készlet elemeivel. Megadjuk a halmazok nevét, az elemeket a megfelelő halmazrészekbe rendezzük, majd igaz, hamis állításokat mondunk ezekről a halmazrészekről, valamint megnevezzük a halmazrészeket.

Játszhatjuk a játékot fordítva is: az egyik játékos kitalálja a halmazok címkéjét, ezeket kell kitalálni a másik játékosnak az alapján, hogy kivesz elemeket, amelyeket a titkos címkék tudója bepakol a megfelelő halmazrészekbe. Ha a kitaláló játékos úgy gondolja, hogy sejtje a szabályt, ő mondja meg az elem helyét, amit a másik játékos vagy helybenhagy, vagy elvet. Így kiderül, hogy valóban jól gondolta-e a kitaláló játékos.

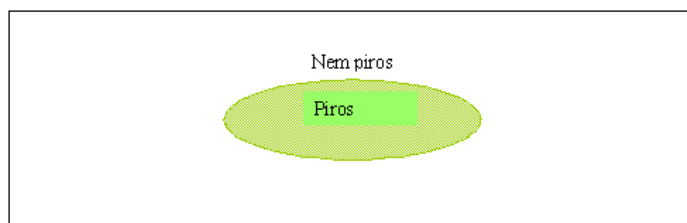
Már a barkochbák kapcsán is előkerültek igaz, hamis kijelentések a logikai készlet elemeire vonatkozóan, az ilyen állításokkal azonban érdemes külön is foglalkozni. Logikát külön anyagként csak középiskolában, annak is inkább a vége felé tanítunk formálisan, azonban konkrét állítások igazságának eldöntésére, egyszerű következtetésekre már az általános iskolásoknak is szükségük van.

- Először logikai lapok egy halmazára mondjunk olyan állítást, ami igaz, majd adott állításokról döntsük el, hogy igaz vagy hamis. Kicsikkel játszhatjuk úgy, hogy Jancsi bohóc azt mondta, hogy „Amelyik lap lyukas, az négyzet.” Ha igazat mondott, a gyerekek emeljék fel a kezüket, ha hamisat, akkor tegyék a padra.
- Továbbfejleszthető a játék úgy, hogy azt keressük, hogy a kirakott lapokból legkevesebb mennyit kell elvenni, hogy az adott állítás igaz legyen.
- Ezek megfordítása, hogy adott állításhoz kell felsorolni azokat a lapokat, amelyekre az állítás igaz.

Egykarikás játékok

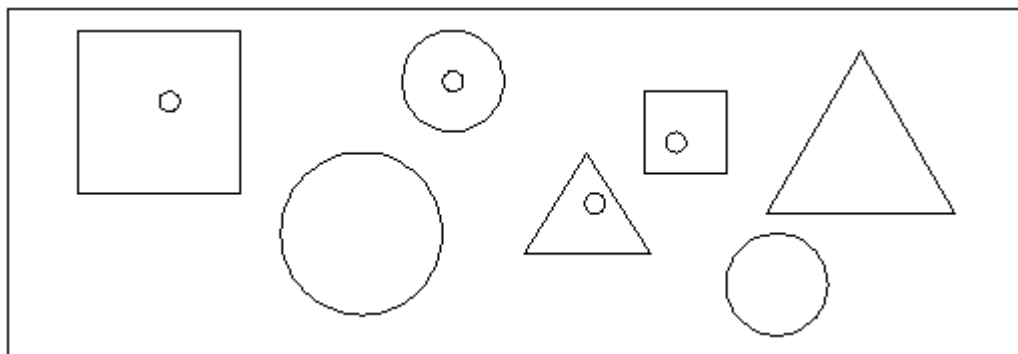
Egy tulajdonság alapján kell az elemeket a gyerekeknek a megfelelő helyre rakni, fontos szóban sorolni azokat a tulajdonságokat, amelyek indokolják az elem helyét.

Tapasztalatokat szerezhetnek a gyerekek a halmazokba rendezésről, a halmazok komplementerének képzéséről, ezzel kapcsolatosan a tagadásról.



A halmazt jellemző tulajdonságok megfogalmazások során használjuk a „minden”, „van olyan” kifejezéseket, tegyünk olyan kijelentéseket például, hogy „Minden elem négyzet.” vagy „Van olyan elem, amelyik lyukas.”.

Feladat: Legkevesebb hány lapot kell elvenni és melyeket, hogy a megmaradt lapokra igaz legyen az állítás?



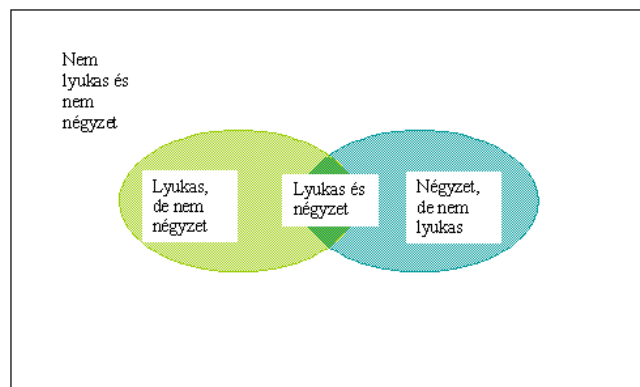
- a) Nincs közöttük nagy négyzet.
- b) Minden kör teli.
- c) Amelyik nagy, az háromszög.
- d) Mind lyukas vagy kicsi.

Kétkarikás játékok

Két tulajdonság alapján rendezzük az elemeket. Például az egyik tulajdonság a lyukas, a másik a négyzet. Az elemek elhelyezése után megnevezzük a halmazrészeket.

Tapasztalatokat szerezhettek a gyerekek a két halmaz közös részéről, a két halmaz egyesítéséről. Megfogalmazhatunk olyan feladatokat, hogy:

- Melyek azok az elemek, amelyekre igaz, hogy lyukas és négyzet?



A gyerekek hajlamosak a logikai „és” helyett a felsorolás kötőszavát használni, és válaszként felsorolni az összes lyukas és az összes négyzet elemet. Ez fokozottan jelentkezik, ha a kijelentésnek egyetlen elem sem felel meg, például „A lap négyzet és háromszög.”

- Melyek azok az elemek, amelyekre igaz, hogy lyukas vagy négyzet?

A „vagy” kifejezés a matematikában megengedő vagy, azaz a lyukas négyzetek is megfelelnek a „lyukas vagy négyzet” kijelentésnek, a köznyelv viszont kizáró vagyként használja, ezért fokozatosan érdemes tanítani a gyerekeknek a matematikai értelmezést.

- Melyek azok az elemek, amelyekre nem igaz, hogy lyukas és négyzet?

Rakjunk ki elemeket, vegyük észre, hogy nemcsak a „se nem lyukas, se nem négyzet” elemek felelnek meg a feladatnak, hanem azok is, amelyek „lyukasak, de nem négyzetek”, vagy „négyzetek, de nem lyukasak”. Ezeket egyben is mondhatjuk: „Nem lyukas vagy nem négyzet.” Ezzel tapasztalatot szereztek a gyerekek a De Morgan azonosságról a halmazműveletekre és a kijelentésekkel végzett műveletekre egyaránt: .

- Melyek azok az elemek, amelyekre nem igaz, hogy lyukas vagy négyzet?

A „Lyukas vagy négyzet.” kijelentés tagadása a „se nem lyukas se nem négyzet” ami a másik De Morgan azonosságnak felel meg. Halmazműveletekre a De Morgan azonosság: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

Logikai szita

A halmazok elemeinek számlálása a számfogalom, az összeadás, kivonás műveletének alapozását, mélyítését is erősíti. Például 3 négyzet és 2 kör együtt $3+2=5$ elem. Felfedezhetjük a következő érdekességet: Kezembem van 7 lap, 4 kör és 4 lyukas, hogy lehet ez?

Ha 1 lap lyukas kör, 3 teli kör és 3 teli nem kör, akkor mindegyik feltétel teljesül, ugyanis a lyukas kör a körök és a lyukasak halmazában is benne van, így a $4+4$ összegben ezt az elemet kétszer számoltuk, így az elemek száma összesen: $4+4 - 1=7$. Ezzel a gyerekek számára érdekes kérdéssel konkrét tapasztalatot szerezhetnek a logikai szita formuláról, amit későbbi tanulmányaik során alkalmazni fognak: .

Ha halmazábrába írjuk a megfelelő halmazrészek elemszámát, tudatosítani kell a gyerekekben, hogy mikor írjuk az elemek számát, és mikor lesznek a beírt számok a halmazok elemei!

Következtetések

A matematika nyelvének sikeres elsajátításához szükséges a „ha..., akkor” típusú állítások megfelelő alkalmazása. Soroljuk fel azokat az elemeket, amelyekre igaz, hogy „Ha kicsi, akkor kék.”. Megoldásként fel kell sorolni az összes kicsi és kék elemet. A nagy elemek bármilyen színűek lehetnek, tehát fel kell sorolni az összes nagy elemet. A „Ha kicsi, akkor kék.” kijelentés a „kicsi és nem kék” elemekre hamis.

Kakukktojás

Vegyünk ki 3 lapot, melyek közül kettőnek valamelyik tulajdonsága megegyezik, a harmadik ebben a tulajdonságban ezektől eltérő. Például a kicsi zöld lyukas kör, a kicsi kék lyukas négyzet és a nagy sárga lyukas háromszög közül a nagy sárga lyukas háromszög a kakukktojás, mert a másik kettő kicsi. A felsorolt három elem a többi tulajdonságban vagy azonos, vagy háromféle. Előbb (több készlet segítségével) lehet úgy is játszani, hogy a két lap teljesen egyforma legyen, a harmadik pedig csak egy tulajdonságban térjen el tőlük. A játékot négy elemmel is játszhatjuk. Vegyük figyelembe, hogy a gyerekek számára az ilyen típusú feladatok megoldása lényegesen egyszerűbb, mint ilyen feladatok gyártása, de kellő számú játék után ezzel is próbálkozhatnak. Fontos, hogy a játékot mindig kísérje az elemek kirakása, és előzze meg kakukktojás játék köznapi dolgokkal, például tyúk, liba, kutya közül melyik a kakukktojás.

Rontó játék

Kirakunk kezdetben néhány lapot, ezekre az első játékosnak mondania kell egy igaz állítást. A következő játékos néhány elem hozzátevésével vagy elvételével elrontja ezt az állítást, azaz az új halmazra már hamis az eredeti állítás, viszont mondania kell egy olyan állítást, ami az új halmazra igaz. A játék így folytatódik tovább.

Például induljunk egy nagy teli kék négyzettel, és egy nagy teli zöld háromszöggel, melyekre igaz állítás: „Minden elem nagy.” Ezt elronthatjuk bármelyik kicsi elemmel, pl. a kicsi lyukas zöld háromszöggel. Ekkor egy lehetséges új igaz állítás: „Amelyik elem zöld, az háromszög.” Sít.

A rontó játékot nem csak a logikai készlet elemeivel lehet játszani, tárgyakkal, számokkal, síkidomokkal, stb. ugyanezzel a szabállyal tudatosíthatjuk a tulajdonságokat.

Eredeti forrás: **Pintér Klára: Játsszunk Dienes Zoltán Pál logikai készletével!**

<http://www.jgypk.u-szeged.hu/methodus/pinter-klara-jatsszunk-logikat-logikai-keszlettel/>