

Klubfoglalkozásra, óratervekhez tovább gombolyítható ötlettel („egy híján 20 ☺”)

Tetraéder a neve annak a térbeli testnek, aminek mindegyik lapja szabályos (egyenlő oldalú) háromszög. Görög az elnevezés. A tetra négyet jelent. (Csupán öt ehhez hasonló szabályos test van, amik közül legismertebb a kocka, vagy hexaéder. Kitaláltad? A hexa hatot jelent, a kocka 6 db négyzet alakú lapjára utalva.)

A többi elkészített test mind négyzet-alapú gúla, amik ketten együtt a négyzetlapokon összerakva adnak csak ki szabályos testet. Ennek a nevét már ki tudod találni, ha megsúgom, hogy a nyolc az görögül okta.

(Szabályos, vagy „platon” testek ugye azok, amiknek minden lapja azonos alakú és méretű, úgy mondjuk: „egybevágó”. Tehát miért nem platon test pl. a focilabda?)

Nohát csináljunk is már valamit! Kezdjük mindjárt két építési feladattal:

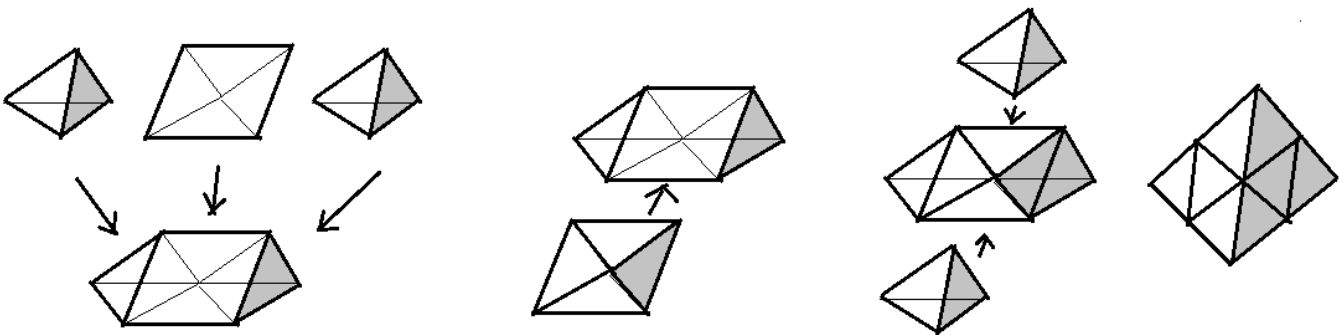
1. Előbb, építs az elemekből egy nagyobb tetraédert!

Olyant, aminek az élhossza a piciének kétszerese, a lapmérete a négyszerese, azaz minden oldal-lapja, 4-4 db kicsi háromszögből áll.

Hamar észre fogod venni, hogy csupán a tetraéderekből nemcsak azért nem lehet felépíteni a nagyobbat, mert csak 4 db van belőlük... Ámha melléjük, hozzá veszel még 2 db gúlát akkor sikerülni fog.

Ha kell segítség: tégy le egy gúlát az asztalra a háromszöges lapjával lefelé, majd a két szembeni (háromszöges) oldalához illeszd egy-egy tetraédert. A négyzetes oldalához pedig a másik gúla négyzetes oldalát illeszd hozzá.

Annak a tetejére rakod a két megmaradt tetraéder egyikét, a másikat pedig... de hát ugye már látod is a helyét!

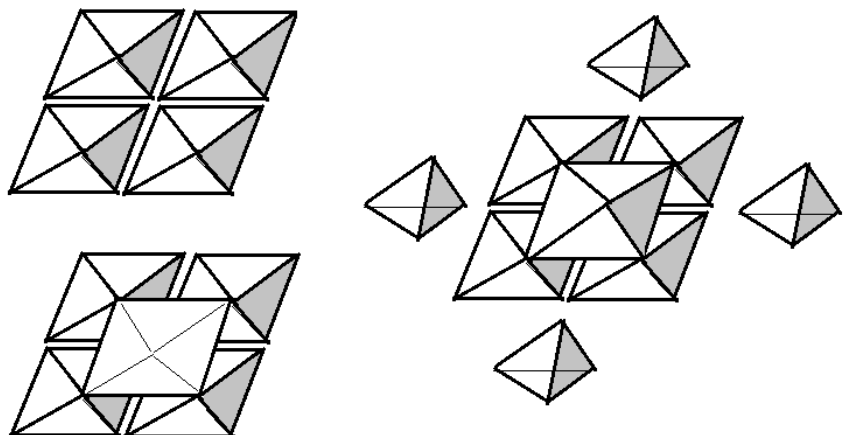


2. Szedd szét és most építs egy olyan piramist, aminek mindegyik éle a kicsi gúla élének a kétszerese.

Jól kezded, ha négy gúlából kirakod az alapját, ami ugye pontosan $2 \times 2 = 4$ db négyzetből áll.

Maradt még 4 db tetraédered és 2 db gúlád.

A 2 db gúlát, a négyzetes oldalukkal fedésben összeillesztve és az így kapott testet (oktaéder) felállítva középre rakod, az oldalsó négy lyuk pedig pont betömhető a 4 db tetraéderrel.



3. Ki tudod-e következtetni, hogy a piramis (nagy gúla) térfogata hányszorosa a tetraéderének?

Nem nyelvbottlás! Arra vagyok kíváncsi, hogy hány tetraéder szorít ki ugyanannyi vizet, ha elmerítem egy vízzel telt kádban, mint az előbb épített nagy gúla. (Biztos hallottad már a legendát Archimédész aranykorona-problémájának megoldásáról... Ezt a vízkiszorításos trükköt még ma is használják, ha amúgy másképp kiszámíthatatlanul bonyolult lenne valaminek a térfogatát meghatározni.)

Note, ne áztassuk el a papírt! (Amúgy is csak tömör testek esetén működik a módszer.)

Számoljunk! (Bármely test méretét duplájára növelve, a térfogata nyolcszorosra növekszik.) Gondolkodjunk! Ha egy „a” élhosszúságú kocka és egy „a” élhosszúságú gúla térfogatának a hányadosa x, akkor $V_g = V_k/x$ (1) Ez az arány független a mértékegységtől, pl.: cm-es és m-es léptékben is ugyanannyi. Egy „2a” élhosszúságú kocka alakú dobozba 8 db „a” élhosszúságú kocka rakható bele. Ezeknek az összes térfogata $8 \cdot V_k$, ami pont x-szer nagyobb, mint egy „2a” élhosszúságú gúla (azaz a piramis) térfogata. Tehát a piramis térfogata: $8 \cdot V_k/x$, ami ugye (1) alapján $8 \cdot V_g$, azaz pont 8 db „a” oldalú gúla térfogatával egyenlő.

A 6 db gúlából és 4 db tetraéderből összerakott piramis térfogata csak akkor egyezhet meg 8 db gúla térfogatával, ha **a tetraéder térfogata pontosan a fele a gúláénak!** (Gondoltad volna? Jegyezd meg, mert ezt kevesen tudják és tán el sem hiszik, ha nem bizonyítod be. Ugye te sem gondoltad volna csak úgy szemmértékkel?)

Most már nem nehéz megszámlálni, hogy **16 db tetraéder térfogatával egyezik meg a piramis térfogata.** (A nagy tetraéderé meg ugye, gúlában mérve: pont 4 db. Emlékezz vissza és számolj utána!)

4. Haladóknak!

Elárulom: ahhoz, hogy a kétemeletes piramis alá még egy szintet építsünk 1-el több gúla szükséges, mint tetraéder. Ámde, hány? Melyikből mennyi? A térfogatkülönbség alapján (is) kiszámolhatjuk:

Egység (a) gúla = $a^3\sqrt{2}/6$ (*) ; egység (a) tetraéder = $a^3\sqrt{2}/12$ (*) azaz: 6 gúla + 4 tetraéder = $8 a^3\sqrt{2}/6$

A „nagy” gúla (2a) $\gg 8a^3\sqrt{2}/6$; a 3a alapú „óriás” gúla $27 a^3\sqrt{2}/6$

A különbség = $(27 - 8) a^3\sqrt{2}/6 \gg$ azaz 19 gúlányi térfogat, ami 13 db gúla + 12 db tetraéder

(*) 4./a Azt is ki tudod számolni, hogyan jön ki?
(Kell hozzá pici térlátás és a pitagorasz tétel ismerete.)

5. Úgy rakd össze a piramist, hogy a palástjára kerülő lapok színei ne különbözzenek! (Azaz: egyszínűre!)

Nem hinném, hogy kell hozzá segítség, de ha mégis: a./ Melyik lesz a tetején? b./ Melyik lesz az alsó sarkokban? A lyukakat meg majd könnyedén betöltjük a 4 db tetraéder megfelelő szint mutató beforgatásával...

6. Úgy rakd össze a piramist, hogy kívülről nézve a négy oldala négy színű (oldalanként azonos) legyen.

Kérdés, mint az előzőnél: a./ Melyik kerül a tetejére, aztán b./ a sarkokra... Biztosan sikerülni fog!

7. Úgy rakd össze a piramist, hogy kívülről egyszínű legyen, de a belül szemben álló lapok színhelyesen találkozzanak!

(No ez már nehéz lesz.)

Egyetlen megoldás létezik, ami egyértelmű következtetésekkel logikusan levezethető.

Elsőre persze próbálkozik az ember, de véletlenszerűen nagyon ritkán (szinte soha nem) jön ki...

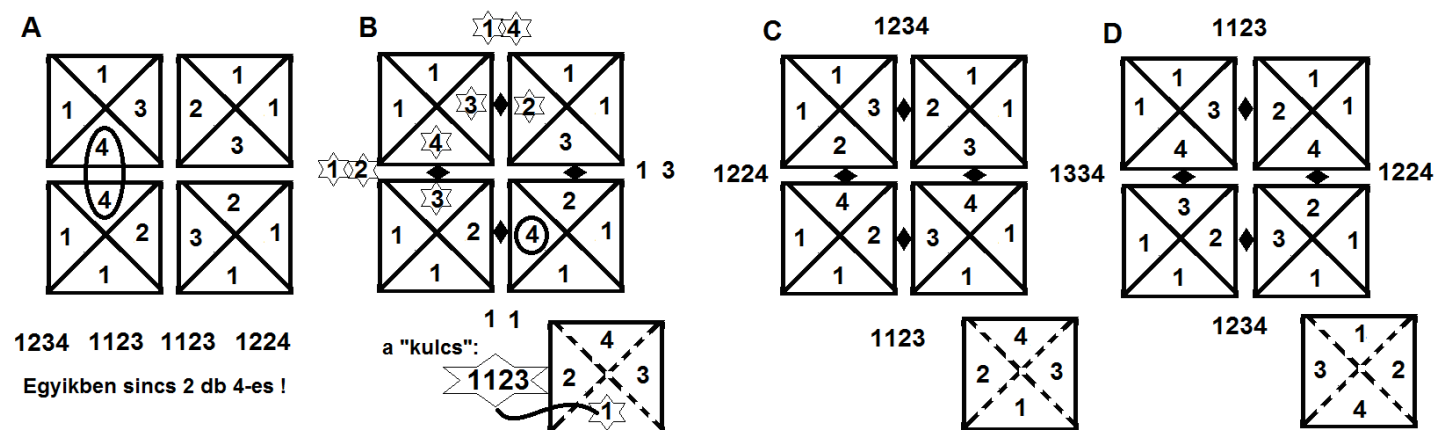
☹

A nehézség nyilván abban van, hogy most a lyukakba kerülő tetraédereknek nem csupán az egyik oldalára (a kívülről látszóra) kell figyelni. Mi több, nem elég forgatgatni és az sem mindegy, hogy melyikkel, melyik lyukat tömjük be...

Sőt! Már az is meggondolandó, hogy milyen lyukakat alakítsunk ki a fogadásukra.

Részletes megoldás

(A 6. feladat megoldásának ismeretében egyértelmű, hogy az egyszínű palást esetén, melyik a négy sarok-elem, mi kerül a csúcsra és melyik gúla lesz csúcsával lefelé fordítva középen. A gúla alapját kiadó sarokelemek több lehetséges lerakása közül a tetraéderek színleltára alapján választható ki az, ami megoldáshoz vezet.)
Jelöljük a tetraéderek színezését számokkal és kövessük az ábrasort.



„A” ábra: Gondolkodáshoz tetszés szerint lerakva úgy, hogy a sarkok színe „1”.

Nem vezet megoldáshoz, a szembeni 2 db „4”, mert egyik tetraéderen sincs 2 db „4”-es szín. (Lásd: „leltár”)

„B” ábra: A fejre állított gúla és a palástra kerülő lap „1” színét feltüntetve, folytatható színleltározás. „Kulcs”, vedd észre, hogy egyetlen olyan tetraéder van, amin kétszer szerepel az „1” jelű szín. Ez pedig a „1123”, ami ugye csak a 2 és 3 színek közé illeszkedhet. Úgy kell tehát lerakni a sarkokon „1” színű gúákat, hogy legalább egyszer szemben találkozzon a „2” és a „3” szín. DE! A találkozott „2” és „3” párral szemben nem lehet „4”-es szín. (Mert ahhoz soha nem tud kapcsolódni a fejre állított gúla hozta újabb „4”-es szín, hiszen nincsen olyan tetraéder, amin 2 db „4”-es szín lenne.)

C és D ábra: Az előző megállapítások alapján, a kizárt (a „4”-re figyelő) esetek utáni próbálkozások rostáján csak két elrendezés marad fenn, (amelyekről belátható, hogy nem is különböznek, mert 90 fokos elforgatással fedésbe hozhatók).

Az így összeforgatott gúlánégyes négy „lyukába” passzolnak is, (azaz színhelyesen be is forgathatók) a leltár szerint egyértelműen azonosítható tetraéderek.

Visszatérve a tetraéderhez:

8. Az is kirakható a készletből, hogy minden oldallapja különböző, de a lapokon belül azonos színű.

Igen! Próbálgathatod is, de talán mégiscsak leltározni kellene előtte.

A nagy tetraéder négy csúcsán a négy kicsi. Mindegyik sok féleképpen elforgatható, és az sem mindegy, hogy melyik, melyik sarokra kerül... Egyáltalán, milyen lesz a kész kirakás színeloszlása? Leltározzunk!

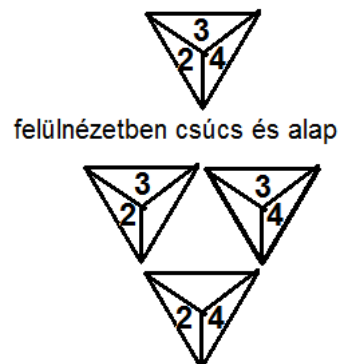
A nagy tetraéder minden oldalán 4 db pici közül 3-nak valamelyik oldalapját fogjuk látni, azaz mindegyik színből pontosan 3-3 db színnek kell majd lennie oldalanként a tetraéderekből (és 1-1 db majd a gúlákból).

1 1 **2 3** 1 2 2 **4** 1 **2 3 4** 1 3 3 **4**

Nagyobb, vastag betűkkel jelzettek biztosan látszani fognak a paláston, mert különben nem lenne belőlük 3 db. (Lásd a felülnézetben.)

Azt is észrevehetjük, hogy mindegyik tetraédernek egyik lapja takart lesz (a csúcsnak az alsó lapja, ill. a többinél is azok, amik a test belseje felé mutatnak).

Tehát máris megtaláltuk a vastag **2,3,4**-el jelzett elemet, amit a csúcsra rakunk majd (és ekkor a negyedik az „1”-színű oldala lesz takarva. No! Ez alapján már egyszerűen azonosítható és színhelyes pozícióba forgatható a többi sarokelem is. Azután meg a még „hozzávaló” 2 db gúla is kiválasztható a színek szerint...



Nézzük újra a piramis kirakását! Milyen feladatok lehetnek még?

9, 10, 11, 12, 13, 14. Legyen ezeknek a feladatoknak a neve: „Abszolút tarkára!”

Válassz ki egy gúlát, ami a piramis a teteje lesz és úgy „rakd alá” a többi elemet, hogy a piramis egyik oldal-lapjára se kerüljön két azonos szín!

Az ilyen „kizárásos” feladatok (amikben nem találkozhatnak az azonosak) többnyire nehezebben áttekinthetők, ezért nagyobb figyelmet igényelnek. Azoknak sikerül hamarabb, akik már memorizálták a készlet elemeinek színezését... (Kevésbé logikai, inkább memória-teszt és koncentrációs feladat.)

Vajon mindegy, hogy melyik gúlát választottad a tetejére? Mindegyik választáshoz van megoldás?

15. Tervezz saját összerakós ördögös feladványokat!

Pl.: szín helyett, számozással és tervezz bűvös (oldal-összegek azonosak) gúla feladványokat.

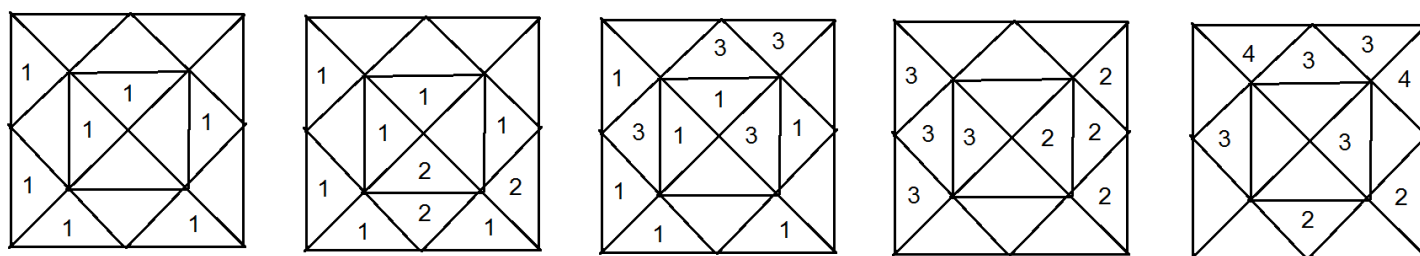
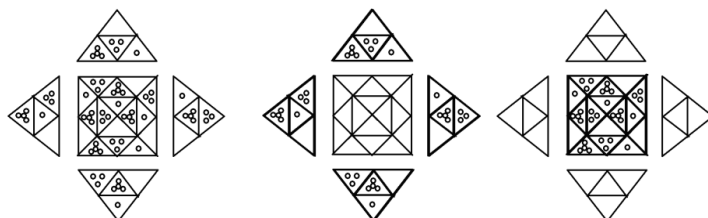
Vagy pl.: ábrát is rajzolhatsz a palástra, de csak kisebbeknek, mert ez sokat segíthet is az összerakásban.

Lehetnek még (ill. célirányosan készíthetők) feladatlapok:

16. Nézeti képek gyakorlásához,

és

felülnézetben mutatott színelosztások minta szerinti kirakása.



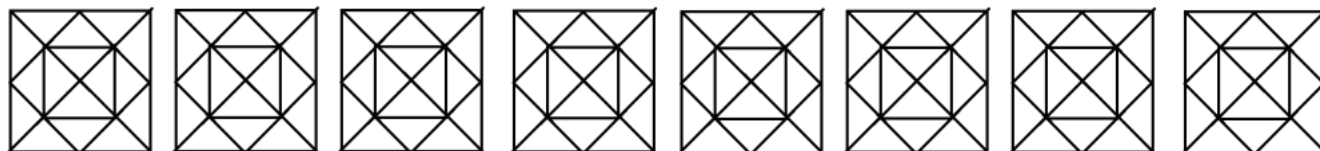
17. Lehetetlen kirakás mintájának tervezése és persze a bizonyítása

Adj fel megoldhatatlan kirakós feladatot!

(Írd be a színeket jelző számokat a felülnézeti képbe úgy, hogy az adott készlettel kirakhatatlan legyen.)

Majd... Bizonyítsd be (pl. az elemek „színeinek leltározásával”), hogy valóban megoldhatatlan a feladat.

18. Esetleg még egy-egy adott felső gúlához tartozó „abszolút tarka” színű elrendezés teljes variációja:

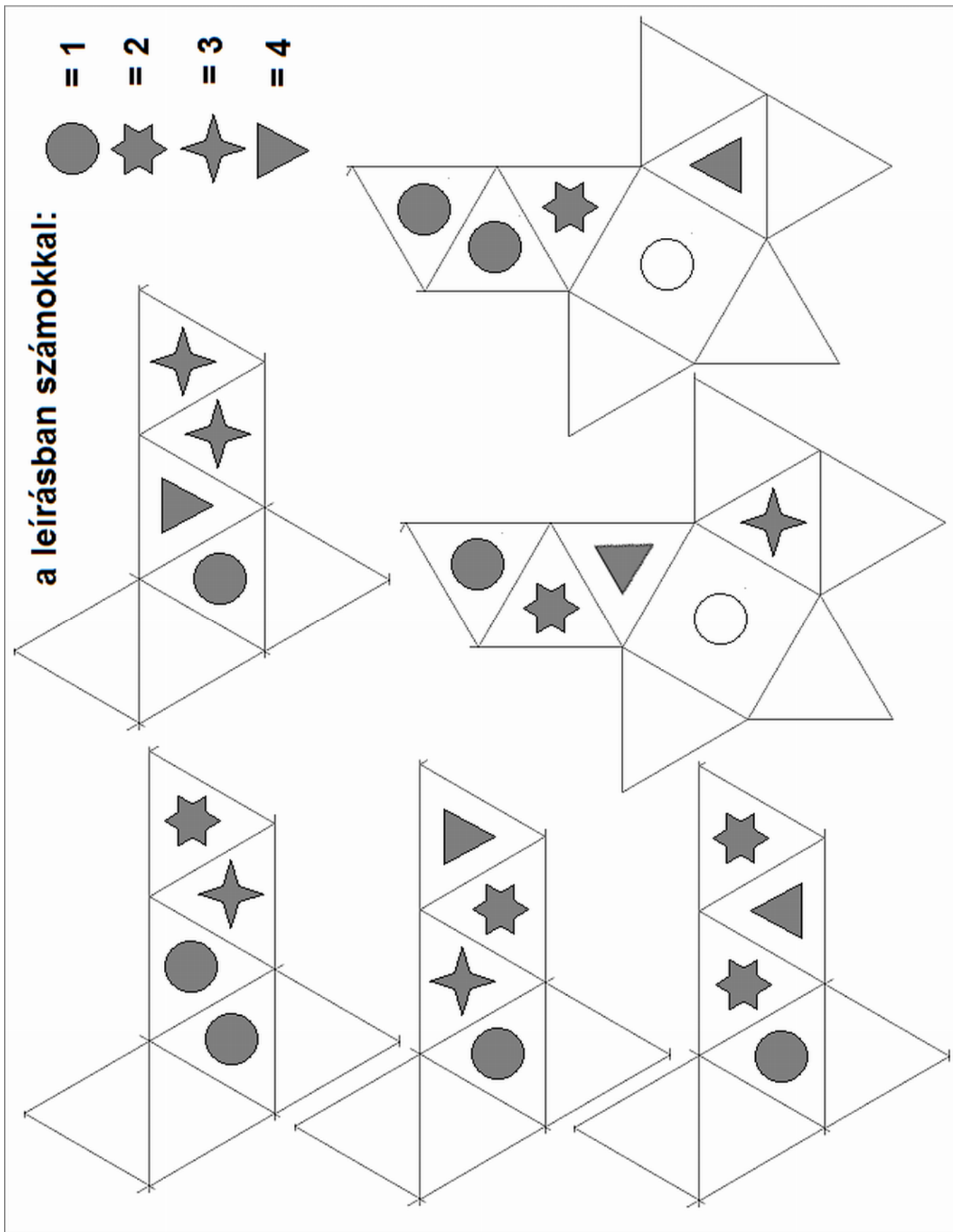


19. Azt észrevetted, hogy most már könnyedén megoldanád a két félből kirakandó tetraédes feladatot?

Készítsd el a makettjét és bosszantsd vele haragosaidat, vagy szerezz vele sikerélményt a barátaidnak!

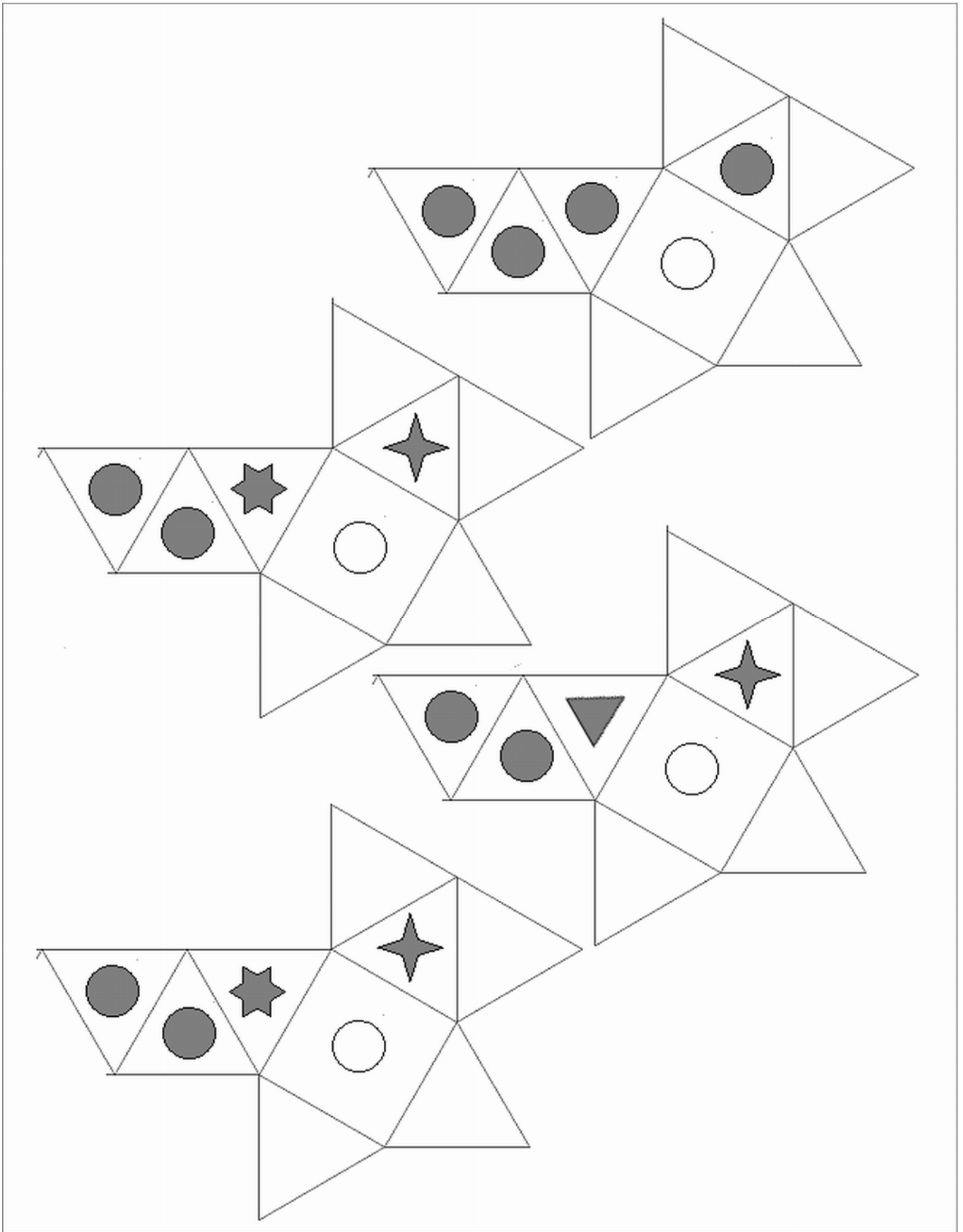
Lásd az 1. feladatot! Egy gúla két szemben lévő oldalához ragassz egy-egy tetraédert, és két ilyen készítve, a kettő összerakásával ugye ki is jön a nagyobb: 2x2x2-es tetraéder...

Ha nem ismered, akkor lásd: http://www.jatektan.hu/jatektan/_2012_006/tetraeder.pdf



Kivágás után hajtogasd be a vonalak mentén, majd a fehérén hagyott háromszögekre cseppents ragasztót. Ha összeragasztás előtt nehezként beleraksz egy kb. M8-as csavaranyát, vagy babszemet, akkor nem fogja más egy tüszentes szele is szétfűjni az építményedet.

Forrás: Nagylaci (<http://jatektan.hu>)



A piramisos feladatokhoz szükség van még erre a négy gúlára is. (Kár lenne kihagyni!)

(Ha tudod kartonra nyomtani, akkor nagyítsd A3-ra!)

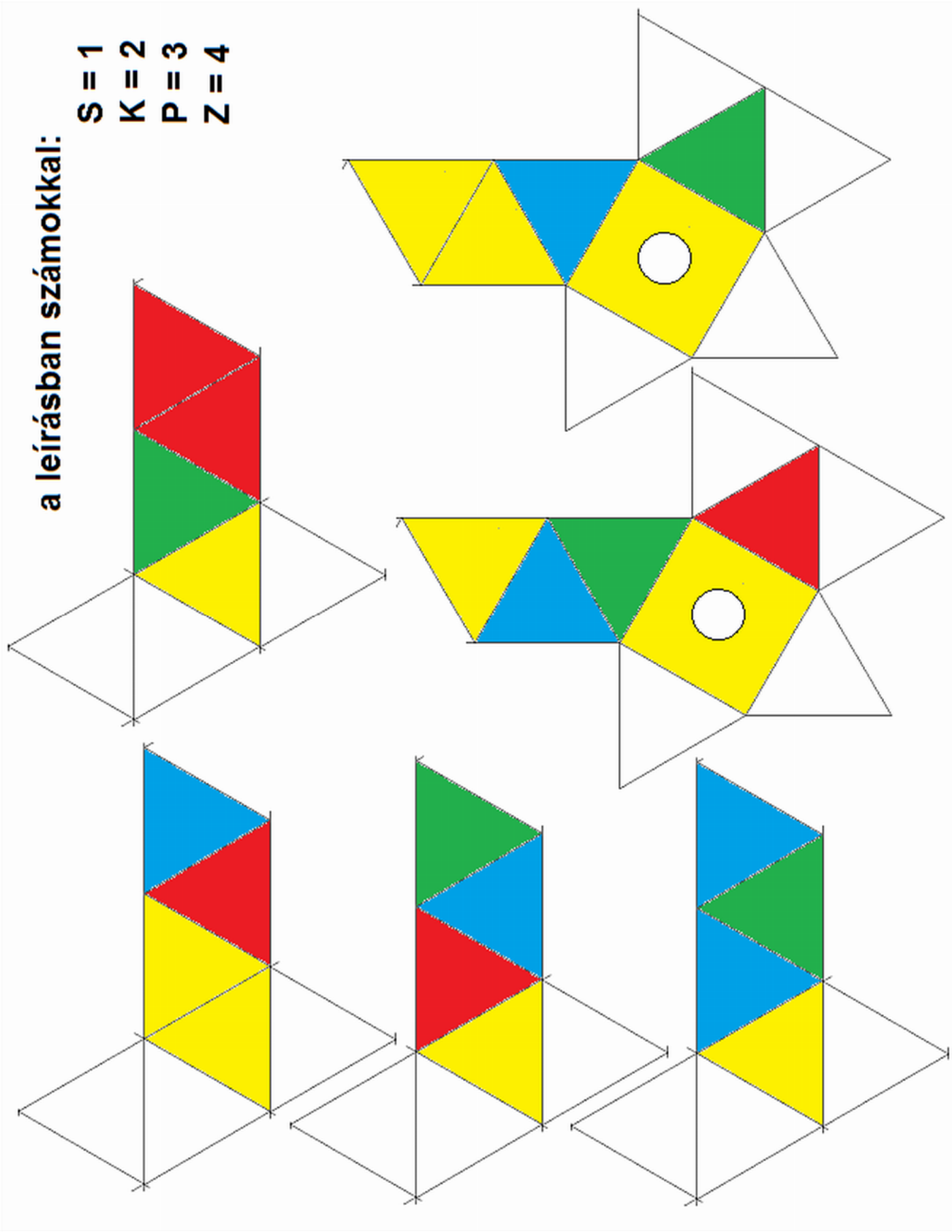
Kivágás után hajtogasd be a vonalak mentén, majd a fehéren hagyott háromszögekre cseppents ragasztót.

Ha összeragasztás előtt nehezezként beleraksz egy kb. M8-as csavaranyát, vagy babszemet, akkor nem fogja más egy tüszentés szele is szétfűjni az építményedet.

Forrás: Nagylaci (<http://jatektan.hu>)

a leírásban számokkal:

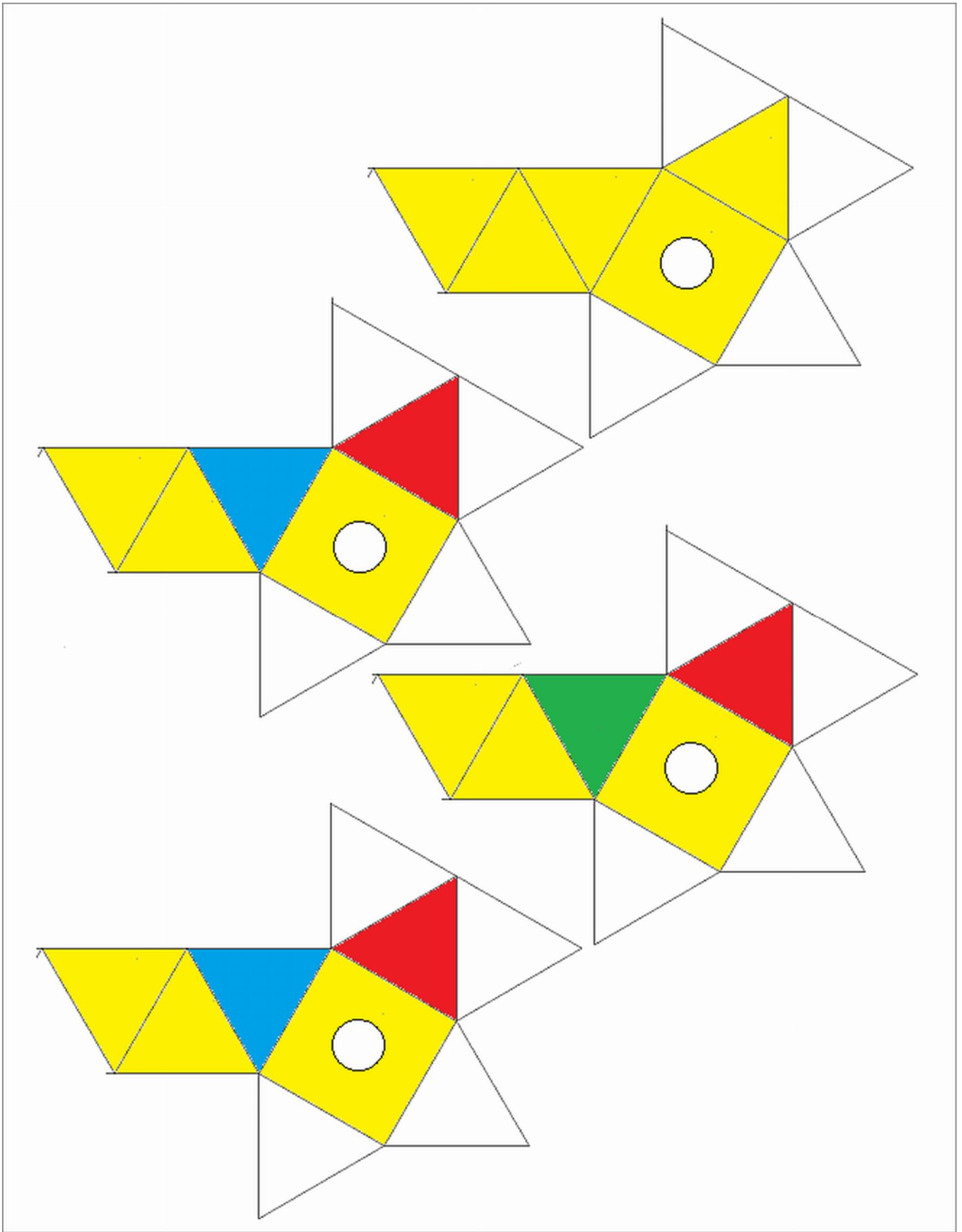
S = 1
K = 2
P = 3
Z = 4



Tetraéderes feladatokhoz: 4 db tetraéder és 2 db gúla (Ha tudod kartonra nyomtani, akkor nagyítsd A3-ra!)

Kivágás után hajtogasd be a vonalak mentén, majd a fehérén hagyott háromszögekre cseppents ragasztót. Ha összeragasztás előtt nehezezként beleraksz egy kb. M8-as csavaranyát, vagy babszemet, akkor nem fogja más egy tüszentes szele is szétfűjni az építményedet.

Forrás: Nagylaci (<http://jatektan.hu>)



A piramisos feladatokhoz szükség van még erre a négy gúlára is. (Kár lenne kihagyni!)

(Ha tudod kartonra nyomtani, akkor nagyítsd A3-ra!)

Kivágás után hajtogasd be a vonalak mentén, majd a fehéren hagyott háromszögekre cseppents ragasztót.

Ha összeragasztás előtt nehezezként beleraksz egy kb. M8-as csavaranyát, vagy babszemet, akkor nem fogja más egy tüszentés szele is szétfűjni az építményedet.

Forrás: Nagylaci (<http://jatektan.hu>)

Hány féleképpen építhető fel a piramis?

Nem kell figyelniük szimmetriára, forgatásra, ha a 10 elem háromszöglapjainak mindegyike más-más színű!

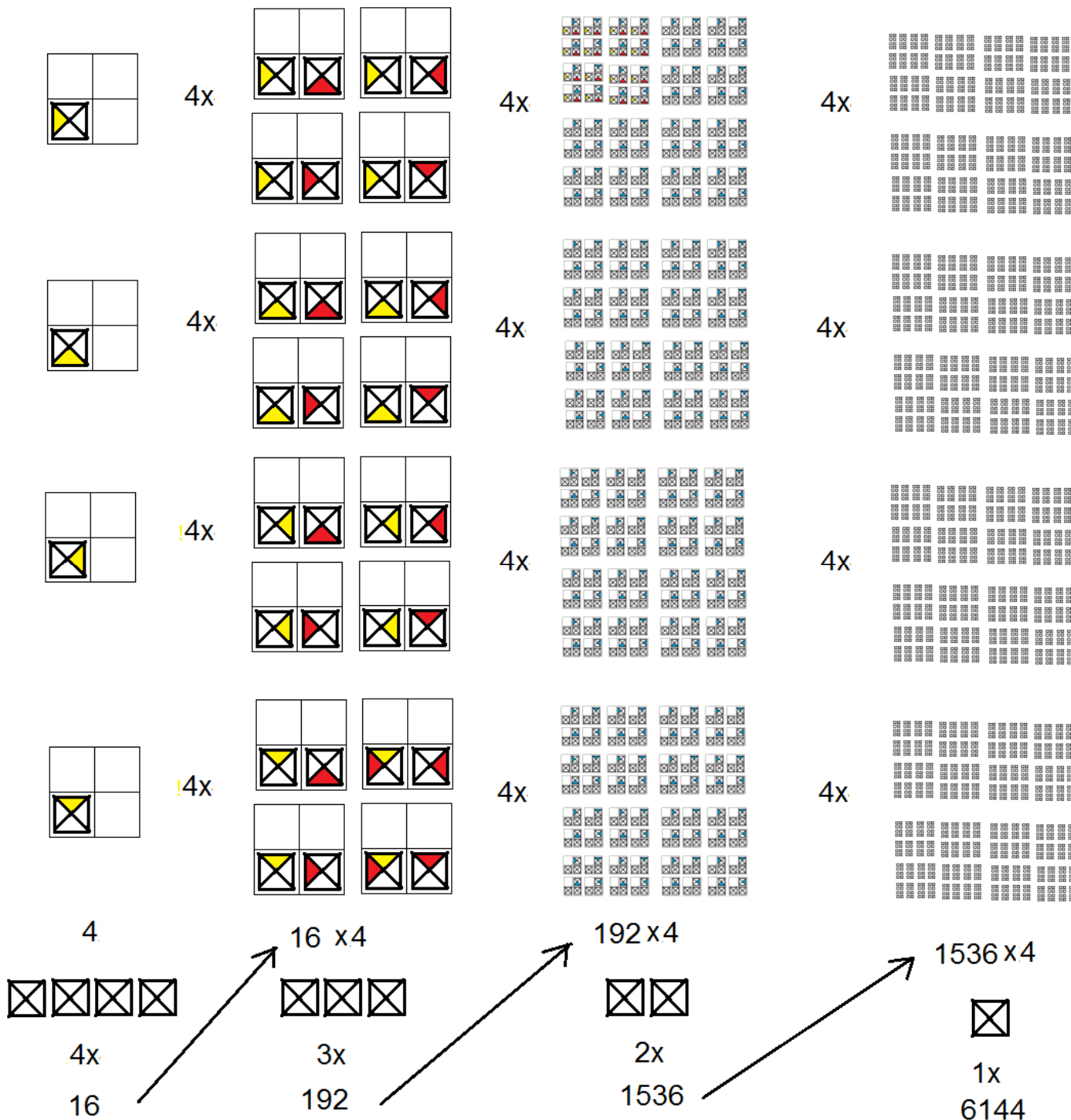
Egyszerűen elkezdjük felülről lefelé átgondolni az építkezés lehetséges elágazásait.

A csücsöt 6 féleképpen választhatjuk, amihez a maradék 5 mindegyike 4 féleképpen forgatható alá.

Ez összesen $6 \times 5 \times 4 = 120$ féleképpen lehetséges, ami alá, a megmaradt 4 db gúla 6144 féleképpen kerülhet.

Lásd az ábrán az oszlopokat balról jobbra:

A felülnézeti bal alsó sarokba a még megmaradt 4 db gúla közül választhatunk és mindegyiket 4 féleképpen rakhatjuk le. Összesen 16 féleképpen. Mind a 16-ot folytathatjuk a még megmaradt 3 db bármelyikével, megint 4 féleképpen. $16 \times 4 \times 3 = 192$. És így tovább összesen 6.144 féleképpen alapozható az első két elem 120 féle összerakásának mindegyike. $6144 \times 120 = 737.280$



Van még négy lyuk. Egy lyukat, egy kiválasztott tetraéder 12 féleképpen tömhet be. (Lásd később részletesen.)

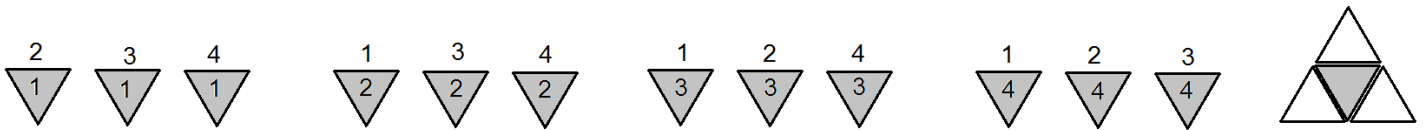
Az első lyuk betöméséhez 4 db, a másodikhoz 3 db, a harmadikhoz 2 db tetraéderből választhatunk és még az utoljára maradt is 12 féleképpen rakhatjuk le. Tehát:

$4 \times 12 \times 3 \times 12 \times 2 \times 12 \times 12 = 497.664$ féleképpen tömhető be a 737.280 féle lyukas piramis mindegyike.

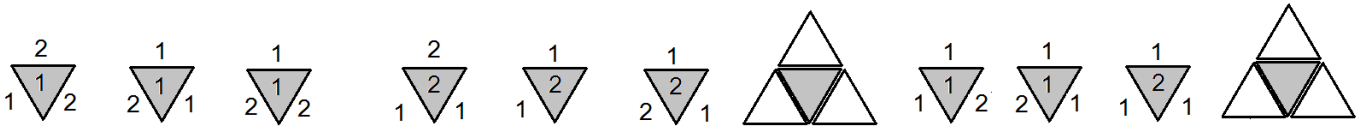
Hát? Ennek a szorzatnak az eredménye **alig kevesebb mint 400 milliárd!**

Vajon mennyivel lesz ez a számosság kevesebb, ha csak négy színt használunk a háromszögek festéséhez?

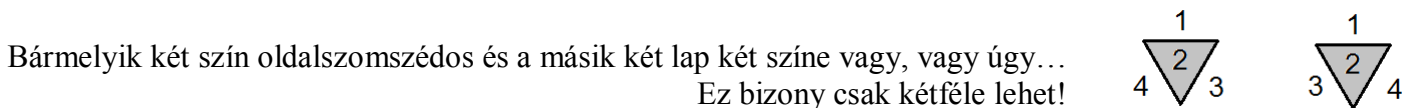
A négy színnel akkor lesz a „legtarkább”, az elemek színeloszlása, ha mindegyik elem 4 db háromszögét különbözőekre festjük. Ekkor lesz a legkevesebb színismétlődés a különböző lehetséges elforgatásokkor. Gondold újra pl. az előző számítás utolsó lépését, amikor megszámoltuk, hogy egy lyuk 12 féleképpen tömhető be egy tetraéderrel. Hogy is jött ez ki?



Ha csak két színnel festenénk be egy tetraédert, akkor már csak 6, vagy csak 3 féleképpen kerülhetne a lyukba:



Egyáltalán, ha csak négy színt használhatunk, akkor beszínezhető-e a 4 db tetraéder különbözőre? (Nem.)



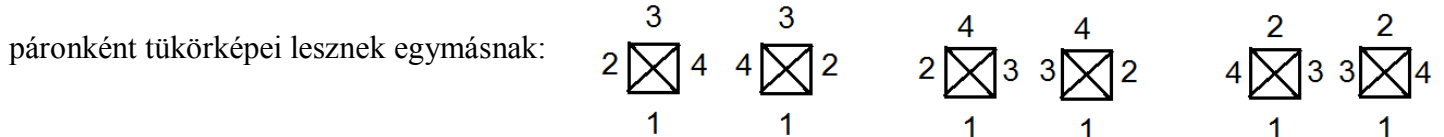
Húha! Gondoltad volna, hogy csak két féleképpen színezhető? Nézzük csak a korábbi számításunkat!

Igaz maradhat, hogy egy tetraédert 12 féleképpen építhetünk bele a piramisba, de nem 4 db, hanem csak 2 db különböző tetraéderünk van.

Az előző számításunk $(4 \times 12 \times 3 \times 12 \times 2 \times 12 \times 12 = 497.664)$ tehát a csupán két féle tetraéderrel úgy módosul, hogy $2 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 = 20.736$ (Ez kevesebb, mint 1/20-a!)

Most már érdekelne az is, hogy mi a helyzet a gúla színezésével.

A 6 db gúla háromszögei is csak úgy színezhethők be 4 színnel egymástól különböző módon, hogy



Anélkül, hogy minden lépésében teljesen végig követtünk, belátható, hogy: az előző számításunknak már a legelső lépésében a 6 különböző gúla csúcsra helyezésével indított elágazások fele tükrözötten azonos lesz a másik felével.

Sőt! A folytatásban a piramis közepére sem 5 különbözőből, hanem csak 3 különbözőből választhatunk...

Vajon hogyan módosul a négy szín esetén az alsó négy gúla különböző elhelyezéseinek a számossága?

Hát? Ez már nehezebb kérdés. Elégedjünk meg egy becsléssel:

A tükröképek itt is csökkentik a különbözőségek számosságát. Már az első lépésben a felére és minden olyan felrajzolt ábránkban, amelyeknek az elrendezése az alap valamelyik szimmetriatengelyre tükrös.

Szimmetria-tengelyekből pedig összesen négy is van...és ezért a 6144 elrendezésből kihúzogatva a tükrösen azonosakat: 1000 különböző sem marad.

Ez, kb. 1/7. Hozzá számítva a tetraéderek miatti 1/20-os, meg a két első miatti 3/10-es csökkenést, négy szín esetén is alig kevesebb, mint 1 milliárd különböző piramis építhető egy olyan 10 db-os készletből, aminek minden eleme négyszínű. (Ez a számosság persze a színismétlődésekkel akár néhány tucatnyira is lecsökkenthető és ezáltal különböző nehézségi fokú logikai feladványok tervezhetők az elemek színezésével.)

Megjegyzések

Pamuk Lóránt: „PamPyra” játékában a megfizethető kivitel professzionális megoldása tetszett meg. Magam, többnyire azokat a kirakósokat kedvelem (és ajánlom), amiknek a megoldására a gondolkodó elme valamilyen célravezető módszert, trükköt, algoritmust találhat a próbálgatás helyett. (Persze, a próbálgatások során is gondolkodunk, értékelünk és megjegyezzük a kudarc okát, összeférhetetlenségeket, stb.)

Különösen a térbeli színkirakós puzzlek kitalálása esetén gyakori módszer, hogy az összerakott állapotban befestik a palástot, majd szétszedve a festetlen lapokat (többnyire különösebb megfontolás nélkül) beszínezik, azután pedig már rábízzák a felhasználóra, hogy talál-e valami célravezető mankót a megoldáshoz.

(A Pampyra nem ilyen. Négy, egymáshoz kapcsolható módon tervezett, készletet láttam, amik külön is feladványok és együtt is alkalmasak egy nagyobb 3-szintes piramis felépítésére.)

Magam is, amikor feladványt tervezek, előbb a megoldás logikájára csodálkozok rá és ahhoz alakítom a rekvizitumot. Így színeztem át az eredeti Pampyra szettet olyanná, hogy a adott színeloszlású $2 \times 2 \times 2$ -es tetraéder, egy leltározási algoritmus követésével, egyértelmű levezetéssel kirakható legyen. Egyszersmind úgy is, hogy a kívül egyszínű piramis belső elemeinek azonos színekkel találkozó megoldása is levezethető legyen. Összességében pedig, mintegy tucatnyi feladathoz ugyanaz a 10 db-os készlet. Az egészen egyszerűektől a rejtvényfejtőknek is kihívást jelentő bonyolultabbig. (Ezért érdemes elkészíteni... és mert varázsolhatunk vele!)

Minél kevesebb elemből áll egy (azonnal nem megoldható, gondolkodásigényes) feladvány, annál elegánsabb a fejlesztés. Az elemszám növelése mindig bonyolít/nehézt. Gondolj pl. egy $6 \times 6 = 36$ db-os és egy pl. 5000 db-os „Jigsaw”-puzzle összehasonlítására: sarokelemek, oldalelemek, majd a kapcsolódók... Aki megoldott egy 36 darabost, annak csak szándék és idő (benne: munka, figyelem, koncentráció, türelem, megszállottság, stb.) kérdése, hogy „kivégezzon” egy sok-sok darabost is. (No persze ott vannak még a színárnyalatok a motívumok, stanc-formák, stb. felismerése és követése. Különbözőek vagyunk. Bevallom, engem nem köt le.)

A táblajátékok esetén is azt hirdetem, hogy adott ötletre, szabályra létezik optimális méret. Az általam legérdekesebbeknek tartottak, egészen kicsi táblákon is megmutatják erényeiket. Gyakori fejlesztő hiba, hogy a táblaméret és a bábuszám növelésével ér el „sakkigényességű” bonyolultságot. Többnyire nem bonyolultabb, csak hosszabb és (ha felismered, akkor) unalmas.

Az utóbbi években gyakran vitába keveredek játékos barátaimmal, a „Lehet-e tanítani a gondolkodást?” kérdésben. Magam inkább azt tapasztalom, hogy az átlagot tekintve: inkább hülyülünk, butulunk. Mintha igazolódna a tréfásnak szánt szlogen: „A Földön az intelligencia mennyisége állandó. A népeiség növekszik.”

☹

Kulcskérdés az általános iskola alsó tagozata. Az utolsó lehetőség a hátrányos környezetből érkezők felzárkóztatására és az első hatásos elhülyítés lehetősége a szerencsésebb helyre születetteknek.

Szülők? Többnyire a gyerek 6-8 éves korában leíródnak, amikor kezdi észrevenni a kölyök a mellébeszélést, a hozzá nem értést, stb.

Tán 10 éve jelent meg először a játékboltokban az igencsak hiánypótló ötlet: **adott játékhoz kártyalapok, feladatfüzetek segítik már a gyerekekkel foglalkozókat.** Sok felnőtt (beleértve sok, – ezt sértésnek tekintő –, „pedagógus”-t is) azért kerüli az új játékokat, mert képtelen kihasználni a bennük hordozott lehetőségeket. Nem tud segíteni a gyereknek, nincsenek ötletei, aztán néhány év múlva panaszkodik: „Nem tudom mi van ezzel a gyerekkel, nem kérdez, semmi sem érdekli, nem beszélget...” stb.

Megismétlem: kulcskérdés az általános iskola alsó tagozata. Az utolsó lehetőség a hátrányos környezetből érkezők felzárkóztatására és az első hatásos elhülyítés lehetősége a szerencsésebb helyre születetteknek.

A paradox az, hogy úgy tűnik: pont azoknak tudok segíteni az ilyen „óratervi écákkal”, akik nem szorulnak rá... Ők tudják, hogy a jól megválasztott játékoknál hatékonyabb nevelési-oktatási eszköz nem létezik...