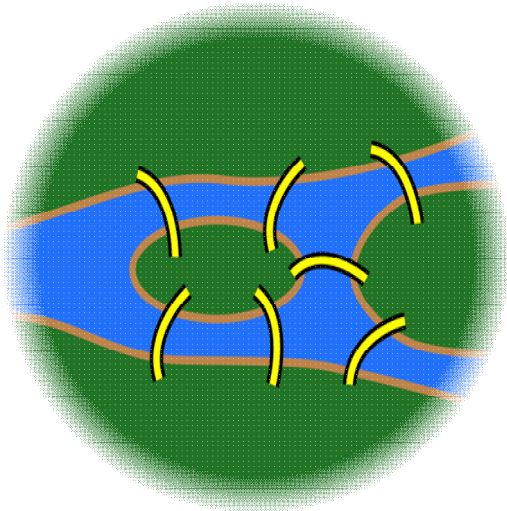


Beszámoló, egy 8 részes, ált. isk. 6. osztályosainak tartott, „logikus gondolkodásra tanító” kurzus utolsó feladatáról:

A königsbergi hidak problémája.



„A **königsbergi hidak problémája** egy híres matematikai probléma, amit Leonhard Euler oldott meg.

A probléma története, hogy a poroszországi Königsberg (most Kalinyingrád, Oroszország) városban hét híd ívelt át a várost átszelő Prégel folyón úgy, hogy ezek a folyó két szigetét is érintették. A königsbergiek azzal a kérdéssel fordultak Eulerhez, „vajon végig lehet-e menni az összes hídon úgy, hogy mindegyiken csak egyszer haladjanak át, és egyúttal visszaérjenek a kiindulópontba.

1736-ban Euler bebizonyította, hogy ez lehetetlen.

(Wikipédia, 2011.03.30.)

Szép és jól mesélhető történettel és a következménnyel, hogy a matematikának egy új ága született: a gráfelmélet.

Vajon végig lehet-e menni az összes hídon úgy, hogy mindegyiken csak egyszer haladjak át, és egyúttal visszaérjek a kiindulópontba?

A gyerekek lelkesen járkáltak a papírra rajzolt folyón, szigeteken és hidakon, mindenáron meg akarták találni a megoldást. De néha az a megoldás, hogy nincs megoldás. Ezt is meg kell tanulniuk.

Rengeteget dolgoztak, mire ezt belátták.

Nagylaci kiegészítései:

A mesével kezdeni hiba, hiszen „Ha egy nagy matematikus kellett a megoldáshoz, akkor én meg se próbálok”.

A megoldás nehézsége azonban alapvetően tévhit, mert már ici-pici gondolkodással is pofon egyszerű. Egyszersmind nagyon jó **választás, hogy ez a kurzus utolsó feladata.**

Ez a feladat ugyanis, tanulságos példa arra, hogy egy ilyen „gondolkodni tanító” kurzus végén már, **ne ész nélküli próbálgatással kezdjünk a megoldás keresésébe!**

A kurzust záró emlékezetes élmény tudatosítani, hogy amíg a nem gondolkodó emberek véletlenszerűen próbálgatnak, addig mi, a kurzuson szerzett gyakorlattal (***) , szinte azonnal belátjuk, hogy ez nemcsak hosszadalmas és fárasztó, de teljesen eredménytelen is.

Miért is? Mert megtanultunk tervet készíteni, jó kérdéseket feltenni.

Kérdés: Ha van egy megoldás, akkor az szerint, vajon honnan kell indulnunk?

A lehetséges változatok számbavétele, leltározása után kézenfekvően adódik a

megoldás terve: összesen négy (nem sok) helyről lehet elindulni, amik egyenként is gyorsan megvizsgálhatók.

Kezdjük a bal oldali szigettel! Hamar beláthatjuk: ha ide 5 híd vezet, akkor nem érkeztünk vissza úgy, hogy minden hídon csak egyszer haladtunk át. (Aki csak próbálgat, az kimegy a szigetről, az bolyong-bolyong, az kétszer vissza is jöhet, de még mindig lesz egy nem bejárt híd, amin végül ki kell lépnie a szigetről.)

Megint egy jó kérdés: miért? Jön a helyes (általánosító) válasz: mert páratlan a hidak száma.

A baloldali szigetről indulva tehát biztosan nincs megoldás.

Azt is érdekes észrevenni az ábrán, hogy a jobb oldali sziget lehetne akár a folyó egy olyan elágazása is, ami után a folyó két ága már nem találkozik... Ámde, mert biztosan tudjuk, hogy sziget, további gondolkodás nélkül, ezt is elvethetjük mint indulási pontot, hiszen (a már ismert hasonlóból tudjuk) olyan szigetről kezdve nincs megoldás, ahova páratlan számú hídon át juthatunk be.

Ez után már csak azt kell észrevenni, hogy az alsó és a felső zöld partok nemcsak képileg hasonlóak, hanem ugyanúgy is „viselkednek”, mint a jobb oldali sziget. Ebben a feladatban nincs különbség a sziget és a partok között. Nevezzük őket általánosan szárazföldeknek!

(Hasonlóság és azonosság!)

Összefoglalásként, rajzoljuk csak le! (Készítsünk vázlatot!) Ábrázoljuk körökkel a

szárazföldeket és azokat összekötő vonalakkal a hidakat és mondjuk ki a felismert szabályt:

Olyan körből indulva, amiben páratlan vonalak találkoznak, nem lehetséges visszaérkezni az összes vonal egyszeri bejárása után.

No, ez után kell elmondani a teljes mesét, csodálatos, lelkesítő, életre szóló élményt adó bezárásaként egy ilyen kurzusnak...: Te jó ég! Akkor most mi is felfedeztük a gráfelméletet?



(***)

Fenti alapja, egy mat-fiz szakos tanár, fejlesztőpedagógus, szakdolgozatának parányi részlete. A csaknem 70 oldalas szakdolgozat lényegét, a „logikus gondolkodásra tanító” kísérleti kurzus módszertanát jól tükrözi a szerző néhány bevezető gondolata.

„Mélyebb tudást eredményez a mozgással kísért, aktív tanulás. A mozgás a gondolkodás alapja, segíti a megismerést. Könnyebben tanulnak a gyerekek, ha a tanulás közben mozoghatnak, lemozogják a tanultakat, mozdulatokhoz kötik a tényeket...

A gondolkodtató, logikai, kombinatorikai feladatoknak olyan változatait keresem melyhez eszközöket készítek, választok. Ha nem ilyen a feladat, akkor keresek egy hasonlót, vagy átalakítom eszközösre. Lényeg a mozgás, a manipuláció. ...

Azért tartom ezt jónak, mert a tankönyv feladatai nem minden esetben kötik le a gyerekek figyelmét, így neki sem lát, el sem indul a gondolkodás folyamata. De a játékos, eszközös, mozgásos feladatok megoldása közben észre sem veszi és bevonódik a feladat megoldásába, nem veszíti el olyan hamar az érdeklődését. Van ideje gondolkodni a feladaton. Nem olyan nagy rajta a nyomás a feladatmegoldással kapcsolatban és nem érzi azt, hogy ez tőle távol álló, érthetetlen, érdektelen dolog. Nem bújik ki a munka alól azzal a tanárokkal oly idegesítő mondattal, hogy. Én ezt nem értem!

Látom azt, hogy ezekben az esetekben sem érti meg mindig, azonnal a feladatot, de nekilát.

Egy kicsit játszik, próbálkozik, megbeszéli társaival, és így könnyebben változtat, javít, mintha csak maga ülne a füzet felett. A tárgyak, mozgásos játékok jobban felkeltik az érdeklődést és fenn is tartják...

Hiszem, hogy az így megszerzett tudás mélyebb és maradandóbb, mint a kívülről kapott sémák...”

Csak ezzel az utóbbi állításával vitatkoznék. Miközben (újra és újra) felismerjük a rekvizitumok hasznosságát, ne becsüljük le az évszázados sémákat...

A részletesen ismertetett 8 foglalkozás során maradéktalanul teljesül az a célkitűzés, hogy (nagyon nagy tiszteletre méltó lelkesedéssel és szorgalommal készített) manipulálható szemléltető eszközökkel folyamatosan sikerül fenntartania a gyerekek érdeklődését több, mint félszáz, jól válogatott logikai- matematikai feladat megoldása közben.

A feladatok ismertetése és ahhoz használt rekvizitumok részletes bemutatása mellett azonban, nagyon kevés az olyan hivatkozás, hogy egyébként mik voltak a segítő, rávezető instrukciók. Többnyire csak figyeli, hogyan oldják meg a feladatokat a gyerekek.

Felkelti az érdeklődést, ezen túl azonban, „a logikus gondolkodásuk fejlesztése” cél teljesülését gyakorlatilag (és nem is teljesen sikertelenül) rábízta a kölykök önképzésére. Hasznosak és nagyon jól működnek a rekvizitumok, de sokkal hatékonyabbak, ha a használatuk közben ott a „hagyományos” pedagógusi (sémák felismerésére rávezető) irányítása is.

Több feladatnál észrevehető, hogy sikertelen a tálalása, mert a szemléltető eszközök ellenére sem képvisel olyan élményt, hogy egy következő hasonló önálló megoldásához vezessen ugyanaz a módszer. Jellemzően, abból a hiányosságból adódóan is, hogy nem rendszeres az összegzés: Mit is tanultunk? Miért is így csináltuk? Mi volt a trükk?

A szakdolgozat beszámolójának általános hiányossága, a rögzítés, bevésődés elmaradása.

Az első feladatsoroknál nagyon jó a próbálgatás, kísérletezés, majd annak feladásával a gondolkodásra ösztönzés. Ez utóbbinak azonban, fokozatosan dominanciába kellene kerülnie a kurzus végére. Megtapasztaltatni, hogy az ész nélküli (előzetes terv nélküli) próbálgatásnál sokkal eredményesebb és elegánsabb gondolkodni. Rögzíteni, sulykolni kellene, sorrendileg, a gyakorolt gondolkodási-problémamegoldási lépések alapjait.

Sokat segített volna a megoldott feladatok tapasztalatainak összefoglalásaként egyszavas emlékeztető „tacepaok” gyűjtögetése és kifüggesztése: lásd pl.: a fenti példában aláhúzottak már ismerősek lehettek volna a korábbi feladatokból: „kérdés, tervekészítés, általánosítás, hasonlóság, egyezőség, leltározás, vázlatkészítés...”

Kellenek a sémák! Ha nem ismétlünk és ha a játékos kísérletezés nem végződik a pedagógus irányításával megfogalmazott tapasztalatösszegzéssel, akkor hamar feledésbe kerül még a játékos időtöltés is...

(Többek között ez a szépsége és nehézsége a logikai- és táblás játékok felhasználásának is a pedagógiában. Ha a játék eszköz, akkor mindig legyen előre megfogalmazott célok is hozzá. Mit akarok vele megtanítani, mit akarok vele begyakoroltatni...

Mire, melyik a legalkalmasabb... Ha van összerendezett tematikám, átgondolt célok, ahhoz jól megválasztott játékom, akkor szinte maguktól jönnek a megoldásra rávezető segítő, vagy a tanulságok részletekre rámutató gondolatok...)