

# JÁTÉKTAN

főiskolai jegyzet  
egy ma még nem létező tantárgyhoz

pedagógushallgatóknak  
gyakorló pedagógusoknak  
gyerekekkel foglalkozóknak  
tehetség-gondozóknak

Az „**Elmetorna kurzus**” blokk, egy 19 részes (szándék szerint) egymásra épülő ötlettár, becsülten mintegy 100-150 órányi foglalkozás **gondolatébresztő ötletanyaga**.

*Az anyag hiányossága, hogy nincsen tematikusan megtervezve a teljes kurzus nevelési és ismereti anyaga.*

*Az egyes foglalkozások játékeszközei „csak” nehézségi sorrendet követnek. Egy-egy foglalkozás terve azonban, már fő-, konkrét- és általános célok elérésére törekszik. (Itt-ott kissé túl is lépve az alsó tagozat szintjén.)*

Kirakósok

„Elmetorna kurzus” **14**

## 14. téma: Kirakósok (Puzzle-válogatás, Tangram, Pentominó, Blokus )

A foglalkozás fő célja:

**A./ nagyobbaknak: Geometria „térlátás”, becslés, saccolás, összemérés, alapfogalmak, területszámítás**

(terület-egység fogalma, egység választása, átváltás nagyobb/kisebb egységre. Négyzet tulajdonságai, Négyzet területe: 2, 8, 18,... területegység, vagy 4, 9, 16, ...területegység, összemérés, szemmérték, területbecslés.)

**B./ kisebbeknek: Szem-kéz koordináció, finom-motorika, kitartás, figyelem**

(elcsúszkálós puzzlek, tapadó puzzlek, kerettel, keret nélkül...)

**További konkrét célok:**

Rendszer alapjai, teljes variáció felépítése, felismerése (pentominók), hasonlóságok felismerése (négyzetes puzzlek), a már tapasztaltak felhasználása.

Tapasztalatok kiértékelése, véleményalkotás: puzzle, vagy pasziánsz, logikusan levezethető megoldás, vagy próbálkozásos megoldás, nem a darabszám számít,

de számít a darabszám, azonos méretek –összeilleszthetőségek sokasága, elforgatás/tükrözés síkban és lapraforgatás, „Pimasz-kirakósok”, amelyekben picuri az oldalméreték különbsége. Ezeknek ritkán találunk helyes megoldást próbálkozással, a pontos ellenőrizhetőség hiánya miatt.

Játékok anyaga: fa, műanyag, filc, papír, karton, csont, homokba húzott vonalakon, textília, kő, stb. Melyik miért és tulajdonságok: pl.: filc a terítőn nem csúszik...

**Általános célok mindkét korcsoportnak:**

Ne kezdj neki azonnal! Készíts tervet! Keress hasonlót! Ne add fel! Értelmezd, hogy mitől nehéz, miért nem sikerül véletlen próbálgatással! Keress mankót!

**Olyan foglalkozás, ahol javasolt, hogy a kicsik és nagyok külön dolgozzanak, ill. játsszanak.** Olvasd el hozzá:

→ kirakosokhoz.pdf és → képelemzes.pdf

(Elsősorban azért, mert a feladvány-válogatásban döbbenetes sok lehetőség van korcsoportok szintjén is. Óvodásoktól egészen a matematikusokig! Lásd: Arimasu)

**Kicsiknek:** Egy-egy asztalon egy-egy „csúszkálós” papírból szétvágott puzzle készítsünk elő, amiből a figurákat próbálgatással, önállóan alakíthatják ki.

A négy féle tartalmú (1./ a „**7 db-os**”, 2./ a „**8 db-os**”, 3./ a „**tojás**”, 4./a „**kereszt-félhold**”) asztalok között, vándoroljanak körbe a feladatot megoldott kölykök.

(A „kereszt-félhold”-hoz tegyük ki a kicsinyített megoldást is és a továbblépések előtt leltároztassunk, hogy (nem szóródott-e el valamelyik elem.) Ezután: frontálisan átbeszéljük a pentominós kirakót, majd megoldatni a 8x8-ast úgy, hogy már **gondolkodva, taktikusan, elemek „nehéz/könnyű” sorba rendezésével.**

**Nagyoknak:** A **Tangram**-mal kezdve, saját kezűleg hajtogatással elkészítés A4-es lapokból a segéd-vázlat önálló értelmezésével, majd a 7 db-os négyzet területszámítás kirakását frontálisan levezényelni. Azután készítsenek még 2 db kicsi háromszöget és területszámítás értelmezéssel rakják ki a 9 db-os négyzetet.

Majd, oldják meg az oldalhosszas, esetleg még a ravaszágos feladatlapot. (Van hozzájuk külön segédlet: **haitogat, megold, feladványos, oldalhossz, ravasz.**)

Jöhet a „**4 meg 1**” feladvány! Vágják ki nagyon pontosan. Azután rakják ki (vissza) a szétvágott 4 db-ost. Lássák be, hogy annak területe a pici négyzet területének pont a 8-szorosa. Szükség szerint tüntessék fel a papíron azokat az éleket, amik egész számú sokszorosai a négyzet oldalhosszának.

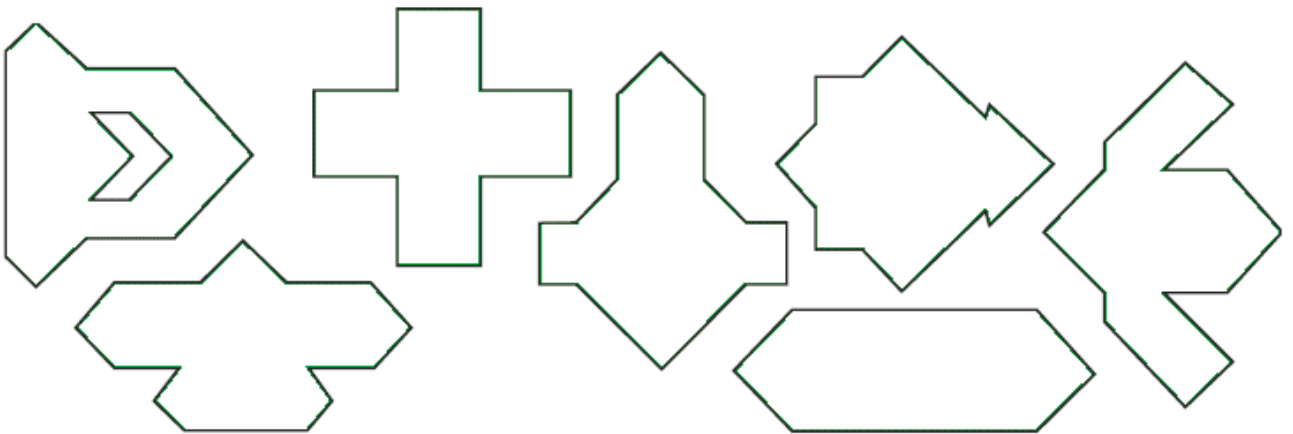
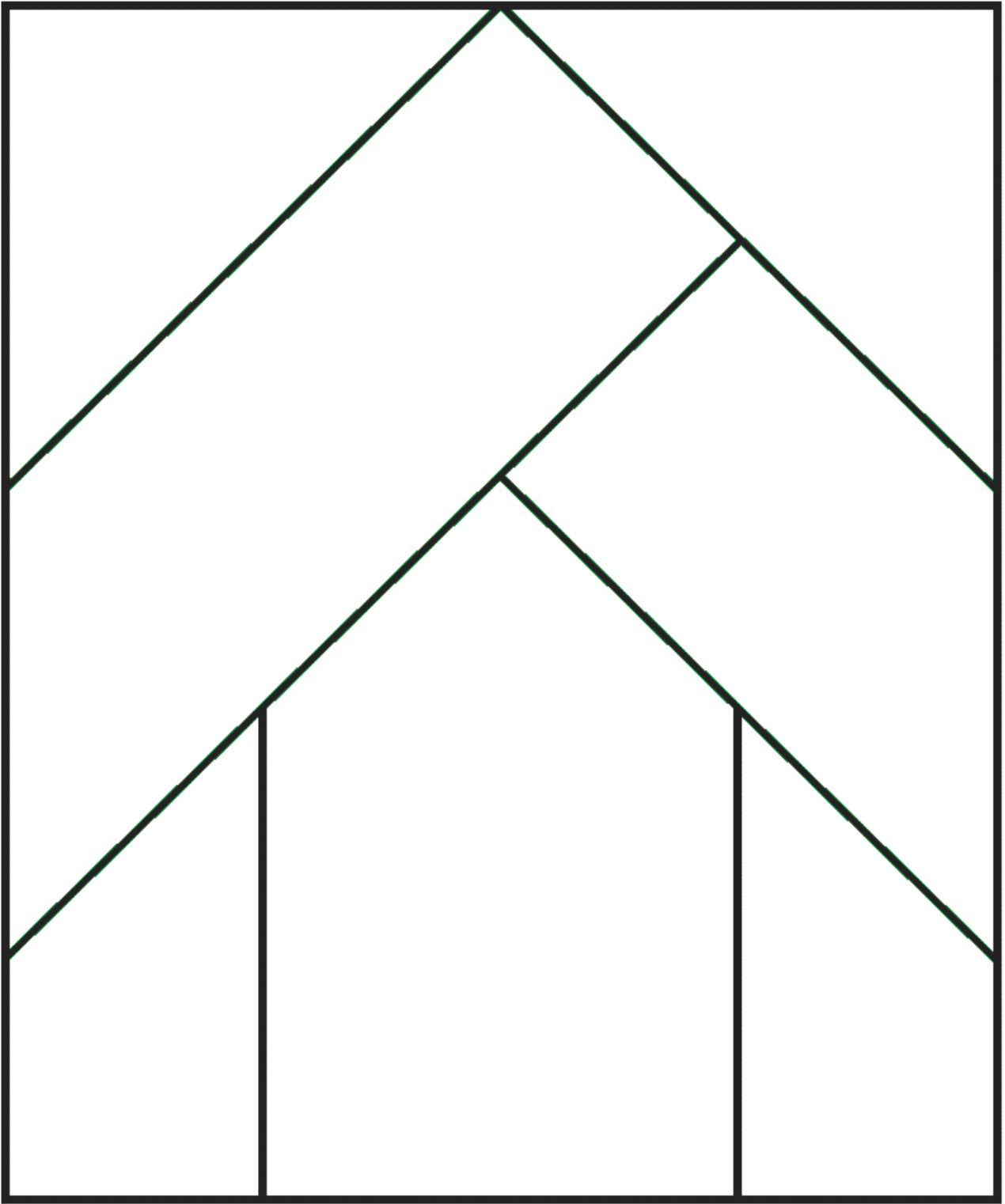
Csak ezután **következzen a feladat:** a hozzáadott +1 db-bal kibővítve, már 5 db elemből, a pici négyzet területének 9-szeresével egyező területű négyzet kirakása.

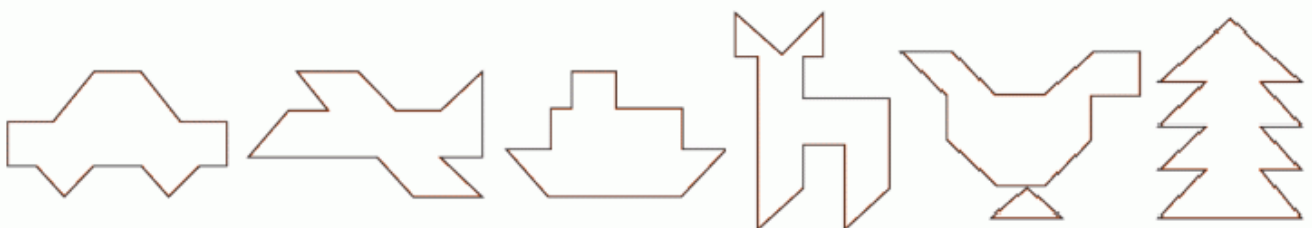
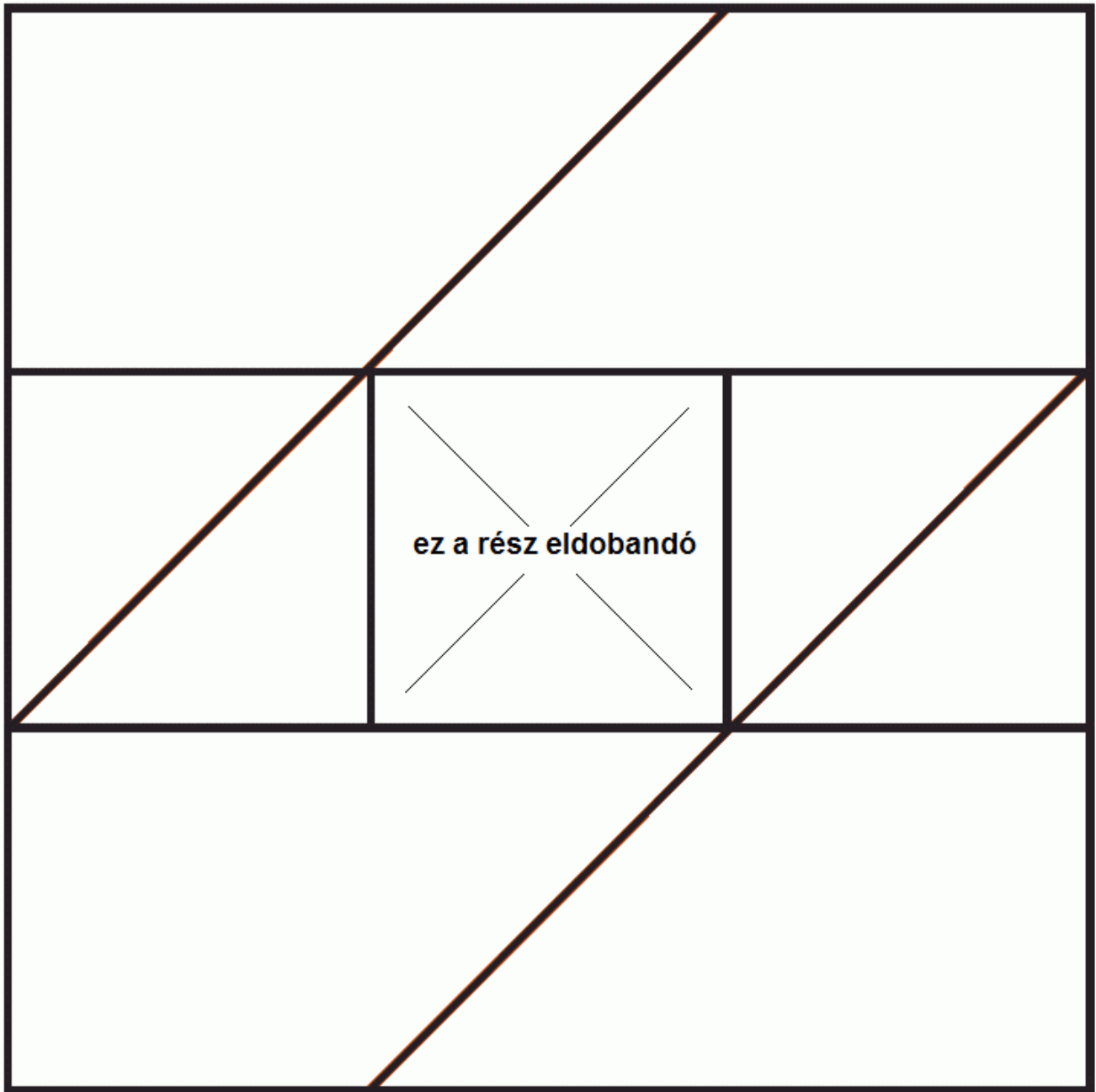
Ha megértették az előkészületeket, akkor észre kell venniük, hogy egy olyan négyzetet kell kirakniuk, ami 3x3=9 db pici négyzettel fedhető le.

Amikor a csoportok elkészültek, akkor jutalomként, adjuk oda a négyszemélyes Blokus készleteket játszani. **DE!!! Ügyeljünk a hosszabb elpakolási időre !!!**

(Megjegyzés: A „**4 darabos**” és az „**arimasu**” felnőtteknek is nagyon nehéz, de próbaképpen, a legkitartóbbaknak otthonra odaadható.)

Forrás: Nagylaci ( <http://www.jatektan.hu> )



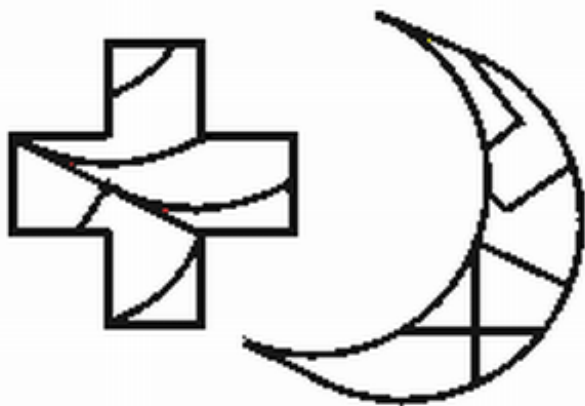
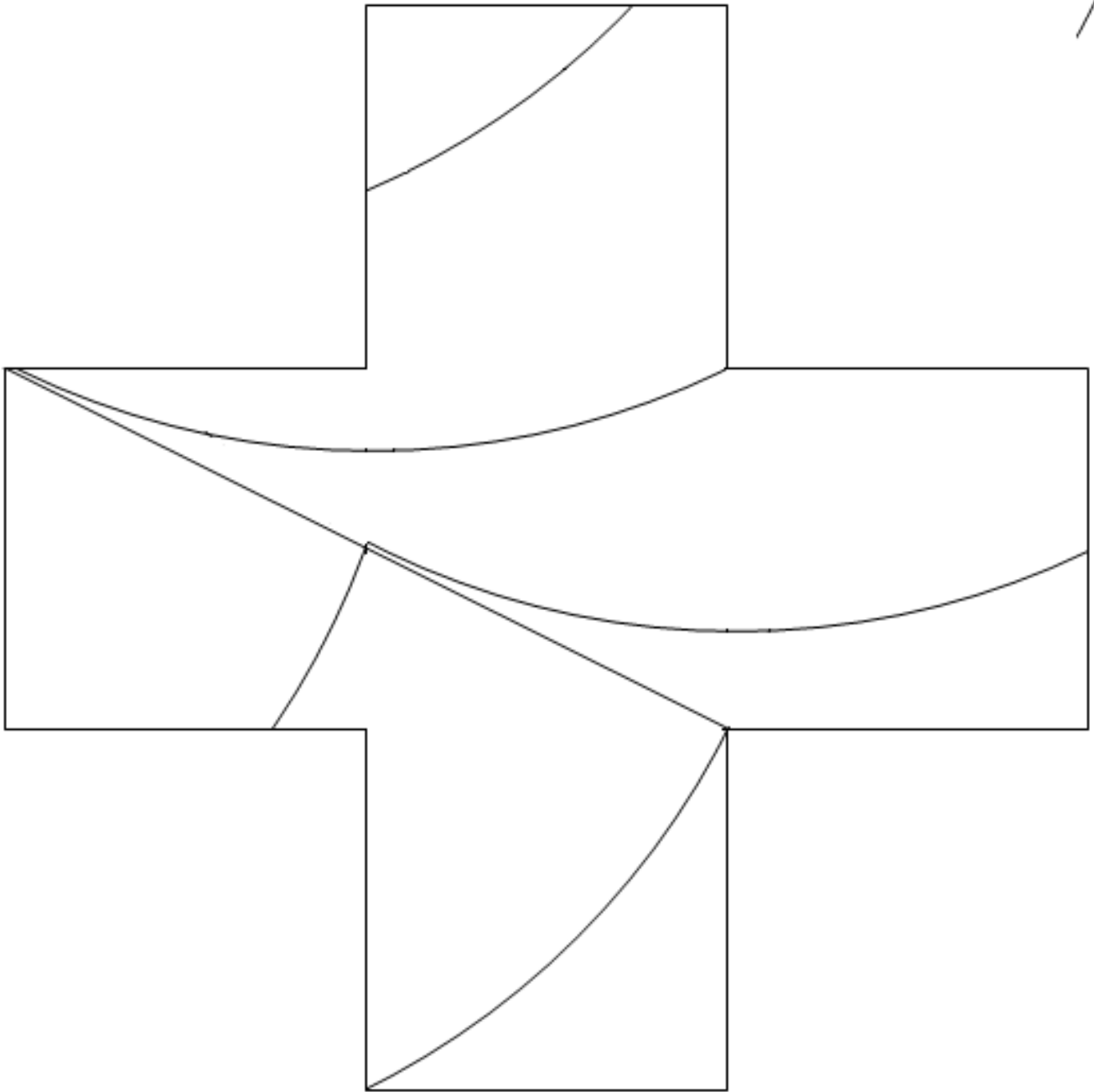


„Tangram után-érzetből” 8db-os kirakós

Valójában hányféle elemből áll? Készítsünk elem-leltárt és egy méret-leltárt.  
majd

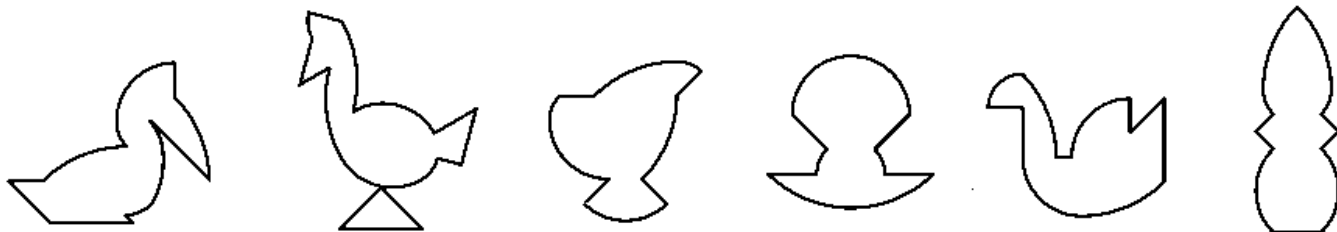
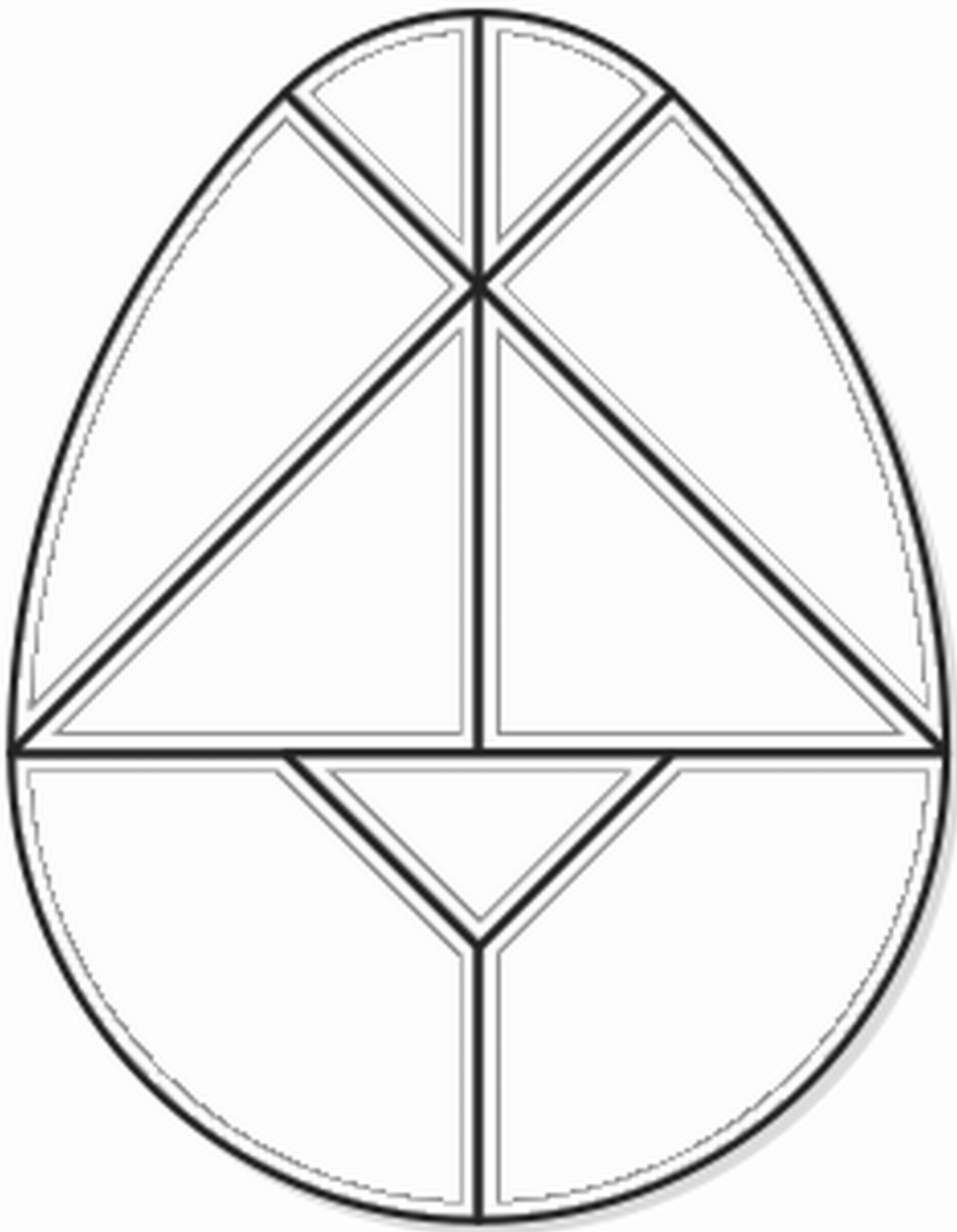
elemenként oldalleltárt úgy, hogy abban az oldalak hosszúságai 2 méret-alapból leírhatók legyenek.

Könnyebb, vagy nehezebb a Tangramnál?



**Kereszt is és Félhold is...**

**7 elemes puzzle**

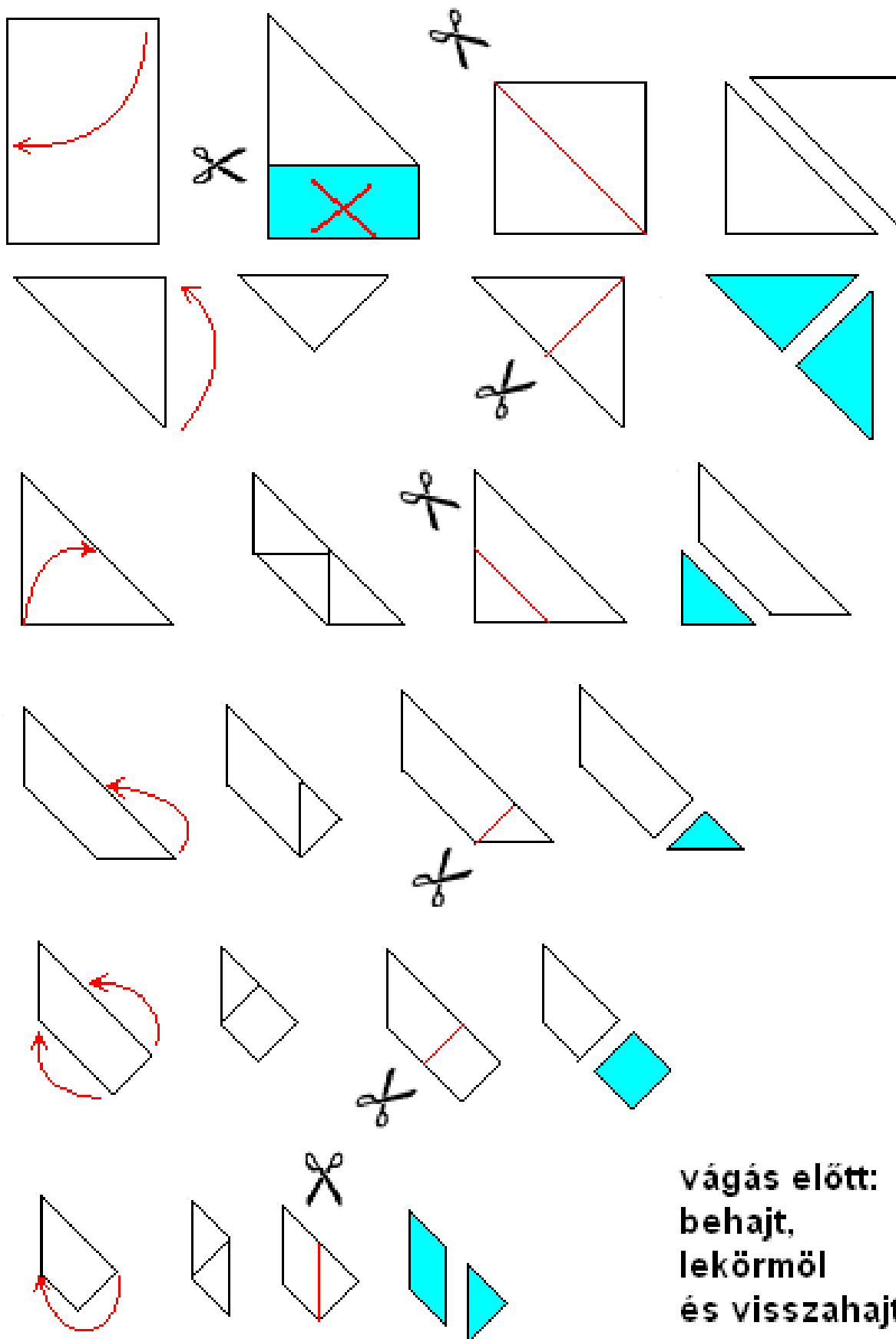


„Kolumbusz tojása” (...de csak a tojás miatt.)

Forrás: Nagylaci <http://www.jatektan.hu>

## Tangram sajátkezűleg, szerkesztés nélkül...

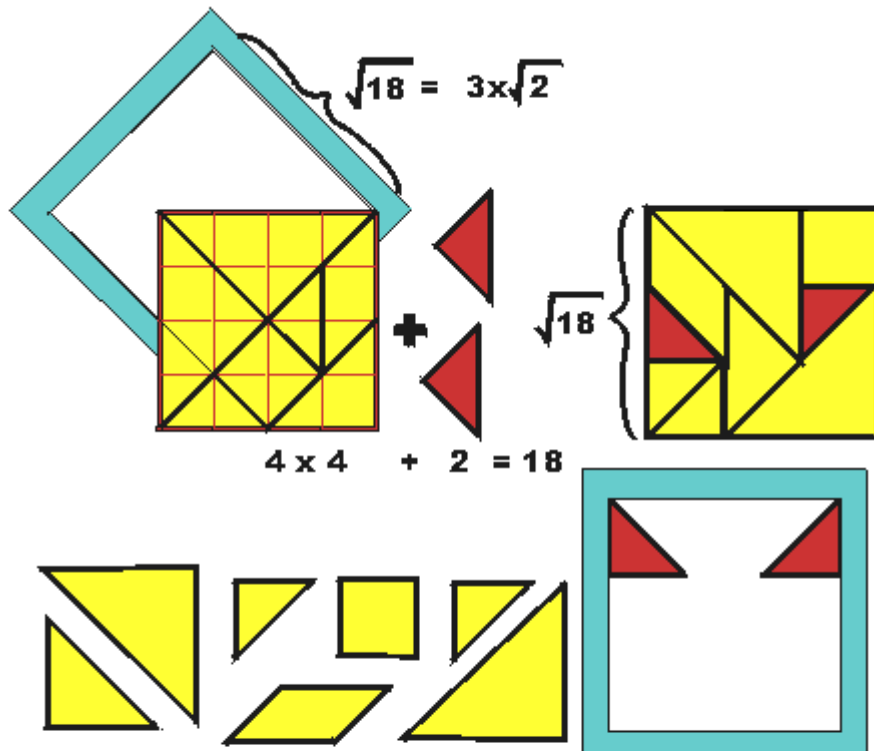
Végy egy A4-lapot, hajtogasd, majd vágd a hajtás vonalán...



**vágás előtt:  
behajt,  
lekörmööl  
és visszahajt**

# TANGRAM

Az egyik legnépszerűbb kirakós puzzle-játék...  
Egyes gyűjteményekben több mint 1000 különböző ábrával...



**Pl.:**  
**Ha az eredeti Tangram 16x16 cm-es**  
**négyzetből készült, akkor**  
 **$16 \times 16 + 2 \times 16 = 288$  területű, azaz:**

**16, 97 >>> 17x17 cm-es keretet készítsünk.**

A két piros háromszög más-más elhelyezkedéséhez más-más megoldás fog tartozni..., pedig a feladat mindig "csupán egy négyzet kirakása a 9 db elemből. Láthatóan ugyanis, hogy a kiinduló (a 7 db elemre szét vágott) négyzetenél egy picit nagyobb (kb. +6% oldalhosszúságú) négyzet is kirakható az így már 9 db-ra növelt készletből...

Kicsiknek szánt készleteknél feltétlenül ajánlott (de nagyobbaknak is komfortosabb), ha egy keretet készítünk, melyben majd elhelyezzük a két piros háromszöget... A feladat így kézenfekvő, egyszersmind az is, hogy a pirosok más-más elhelyezése újabb és újabb feladványt jelent...

A különböző gyűjteményekben többnyire figuratív feladványokkal találkozhatunk egy olyan alapkészletből, mely egy négyzetlap hét részre vágásából adódik ki. Ez a hét elem megdöbbenően változékony és egészen jópofa ábrák kirakását teszi lehetővé. (Egyike-másika, mint egy feladatlapon mutatott árnyékkép, tul-képpen. logikai feladványként is érdekes lehet...)

Ha azonban még a két pici háromszöget is elkészítünk (lásd pirossal, duplázva a négyzet szétvágásából kiadódókat), akkor egy jól variálható logikai feladványsorhoz jutunk.



## Tangram (Nem próbálgatni! Megállapításokkal és következtésekkel!)

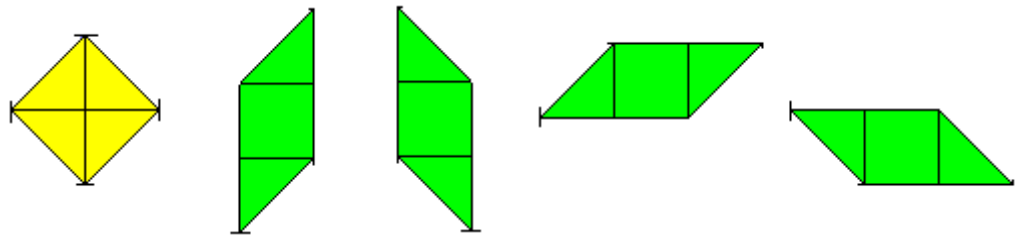
Leltározzuk, értékeljük a 7 db elemet **területnagyságuk szerint**:

(A) 2 db kicsi háromszög; a területük 1 egység/db, azaz összesen: 2 területegység	
(B) 2 db nagy háromszög; a területük 4 egység/ db, azaz összesen: 8 területegység	
(C) 1 db közepes háromszög területe:	2 területegység
(D) 1 db négyzet területe:	2 területegység
(E) 1 db paralelogramma területe:	2 területegység
<hr/>	
7 db mindösszesen:	16 területegység

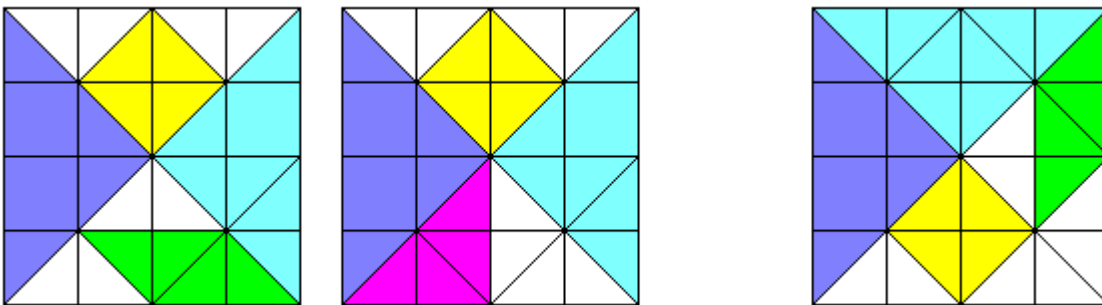
Tehát **4 hosszúságegység x 4 hosszúságegységgel határolt területen lehet csak négyzet!**

**Ebből következnek tájolások(!)** a vízszintes/függőleges rácsozathoz, azaz:

a vízszintessel párhuzamosan csak olyan oldalak lehetnek, amik **a hosszúságegység egész számú többszörösei**. Tehát pl. a négyzet csak sarkára fordítva állhat a paralelogramma pedig vízszintesen fekszik, vagy függőlegesen felfelé áll (a lapra-fordításokat is figyelembe véve):



Miután valamennyi elemet helyesen beforgattuk a vízszintesen fekvő négyzetrácshoz, látni fogjuk, hogy a két nagy háromszög csak oldalaikkal érintkezve állhat a megoldásban, mert ha csúcsukkal érintkeznének, akkor az egyetlen módon behelyezhető négyzet után: vagy a paralelogrammának, vagy a közepes háromszögnek már nem maradna helye.

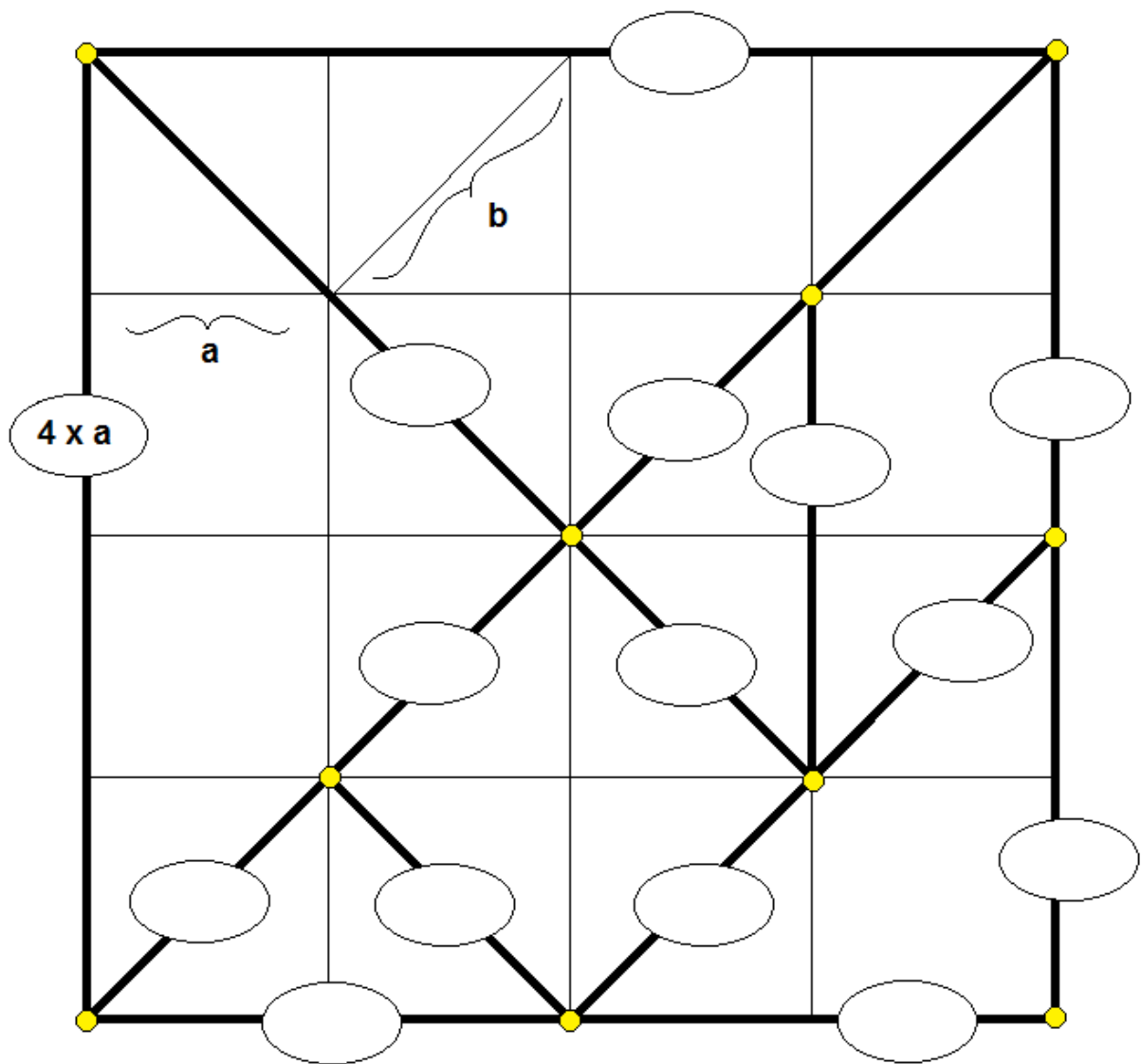


A fentiből tehát két lehetőség kiesik, **a jobbra álló harmadikból pedig egyértelmű a kirakás.**

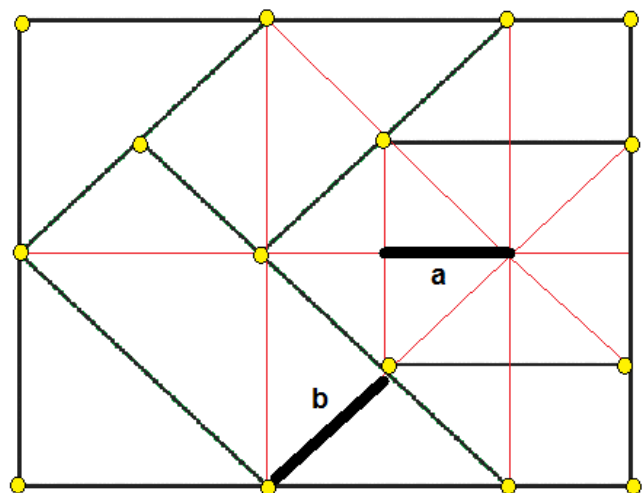
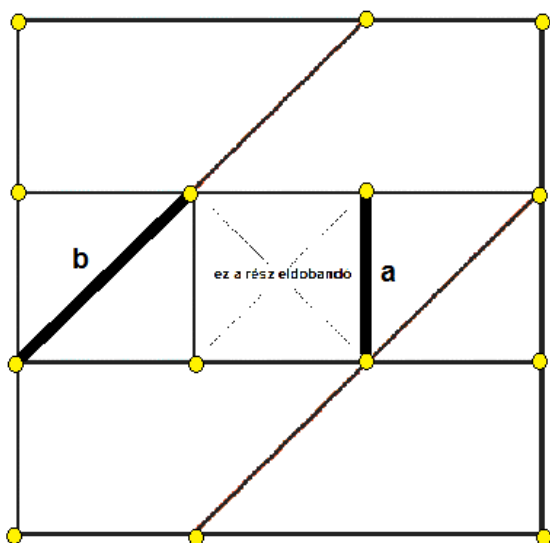
Kirakható még:  $2 \times [(2 \times \sqrt{2}) \times (2 \times \sqrt{2})] = 2$  db 8 területegységnyi négyzet (ez ugye egyszer a két nagy háromszög, meg a maradék többiből még egy 8 területegységnyi négyzet.)

Kirakható lenne még :  $(3 \times \sqrt{2}) \times (3 \times \sqrt{2}) = 18$  területegység, ha lenne hozzá még két kis háromszögünk  $(16 + 1 + 1)$ . (Kipróbálható persze az is, ha a két kis háromszög helyett, valamelyik másik 2-területegységnyi elemet dupláznánk meg.)

A  $3 \times 3 = 9$  négyzet azért nem rakható ki, mert csak az egyik nagy háromszög vehető el, a másik nagy pedig (figyelembe véve a tájolását) már nem fog beleférni a  $3 \times 3$ -asba. (Lásd, ha mindkettőt elvonnánk:  $16 - 4 - 4 < 9$ )



Írd be a vonalakra rajzolt ellipszisekbe, hogy az „a”-nak, vagy a „b”-nek hányszorosa a vonal hossza. (Én a „4xa”-val már elkezdtem.)

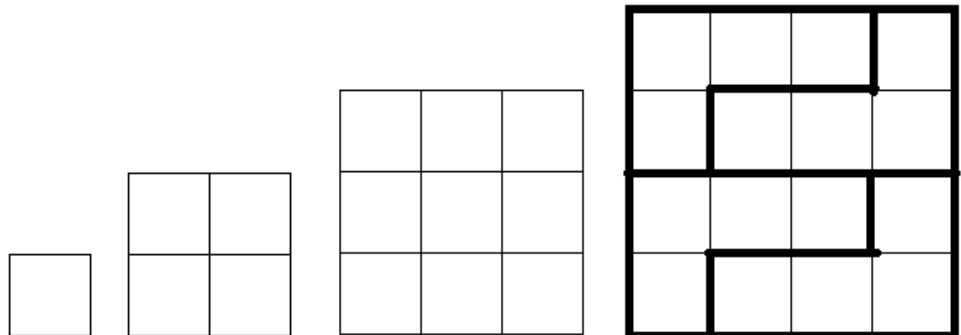


Írd be az ábrába mindegyik elem méretét (hogy melyik vastagon húzottnak hányszorosa)

## Puzzlekészítési ravaszágok:

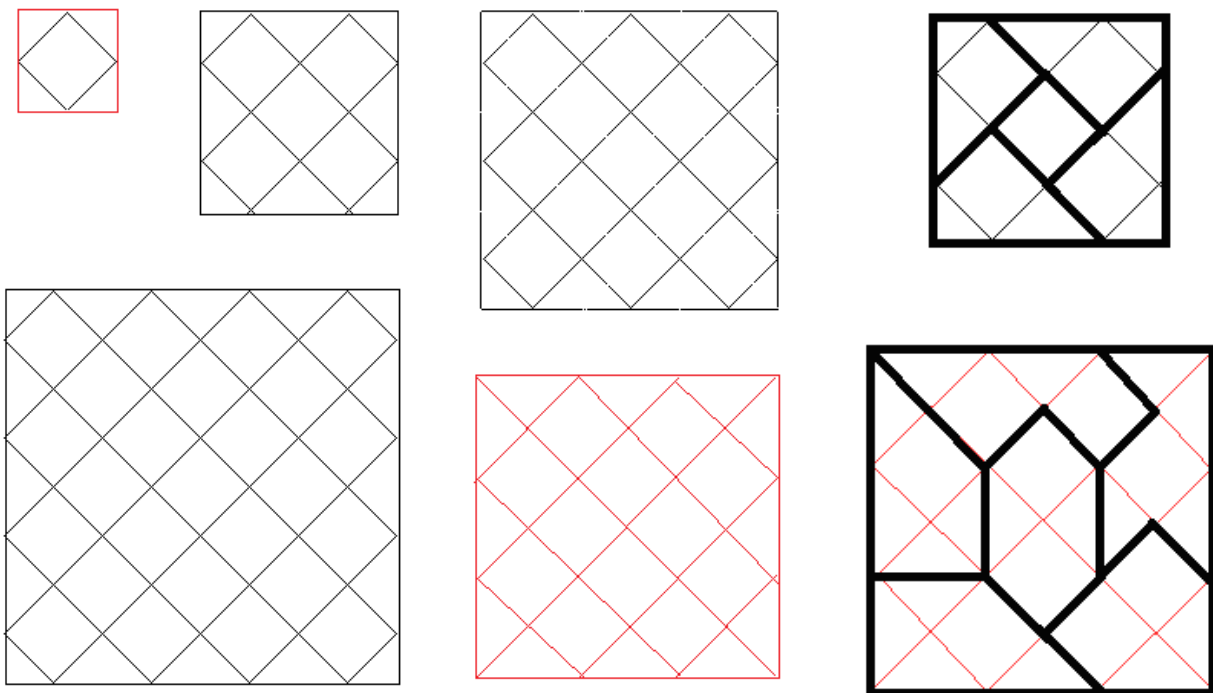
Ha a terület darabolása az oldalakkal párhuzamos, akkor ugye mindig kirakható lesz a nagy négyzet, amikor az elemek összes területe: 1, 4, 9, 16, ... db egységnégyzettel megegyezik.

(Ezek a könnyebb feladványok, mert „iskolázott agyunk a négyzetet ritkán látta” sarokra állítva.)



Ámha, a terület darabolása az átlókkal párhuzamos, (sarokra állított négyzetekben gondolkodva) akkor **nehezebb lesz** megtalálnunk a feladvány megoldását...

A nagy négyzetek területeit: ... **2, 8, 18, 32**, db kisméretű négyzet összes területe kiadja, de a puzzle tartalmazni fog 45 fokos vágásokat is. (Legérdekesebb ilyen feladvány a „Négy meg egy”)



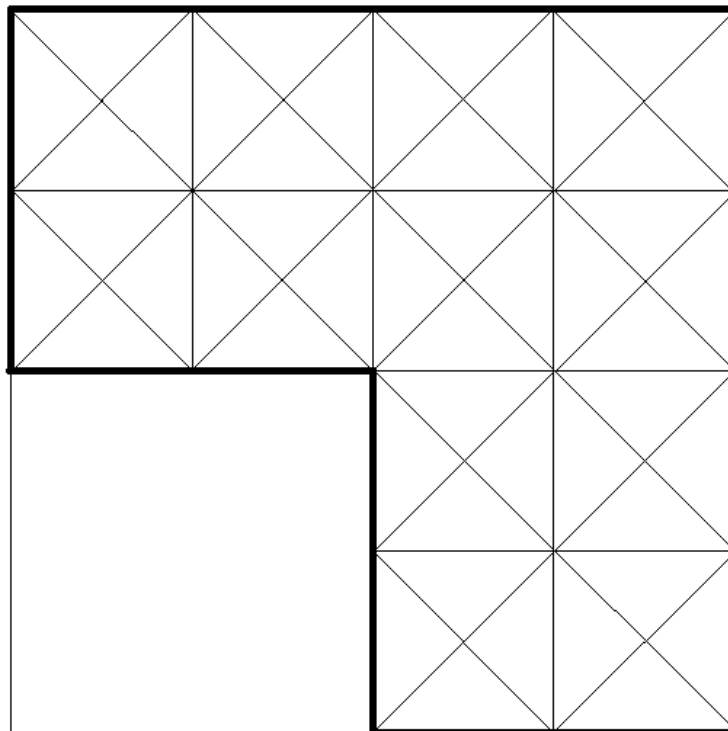
## Felosztós-darabolós ravaszságok

1. Oszd fel 4 db egybevágó részre a vastagon körberajzolt 3/4-ed négyzetet.

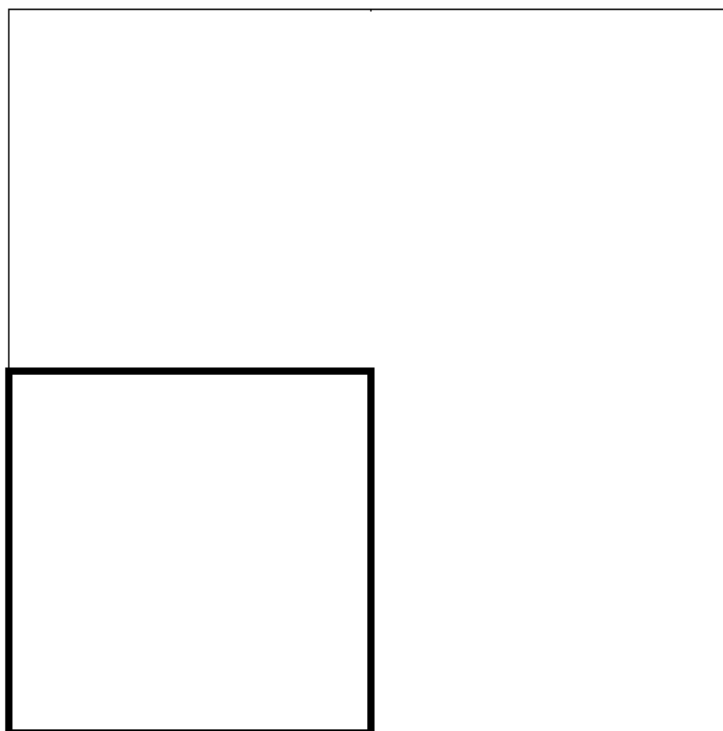
(Egyenlő területű és egymással megegyező alakú részekre.)

Használd a fejedet, meg a segítségként behúzott rácsvonalakat.

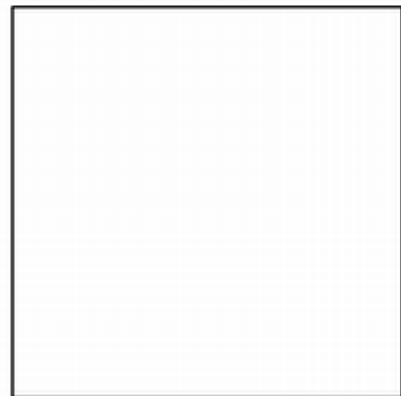
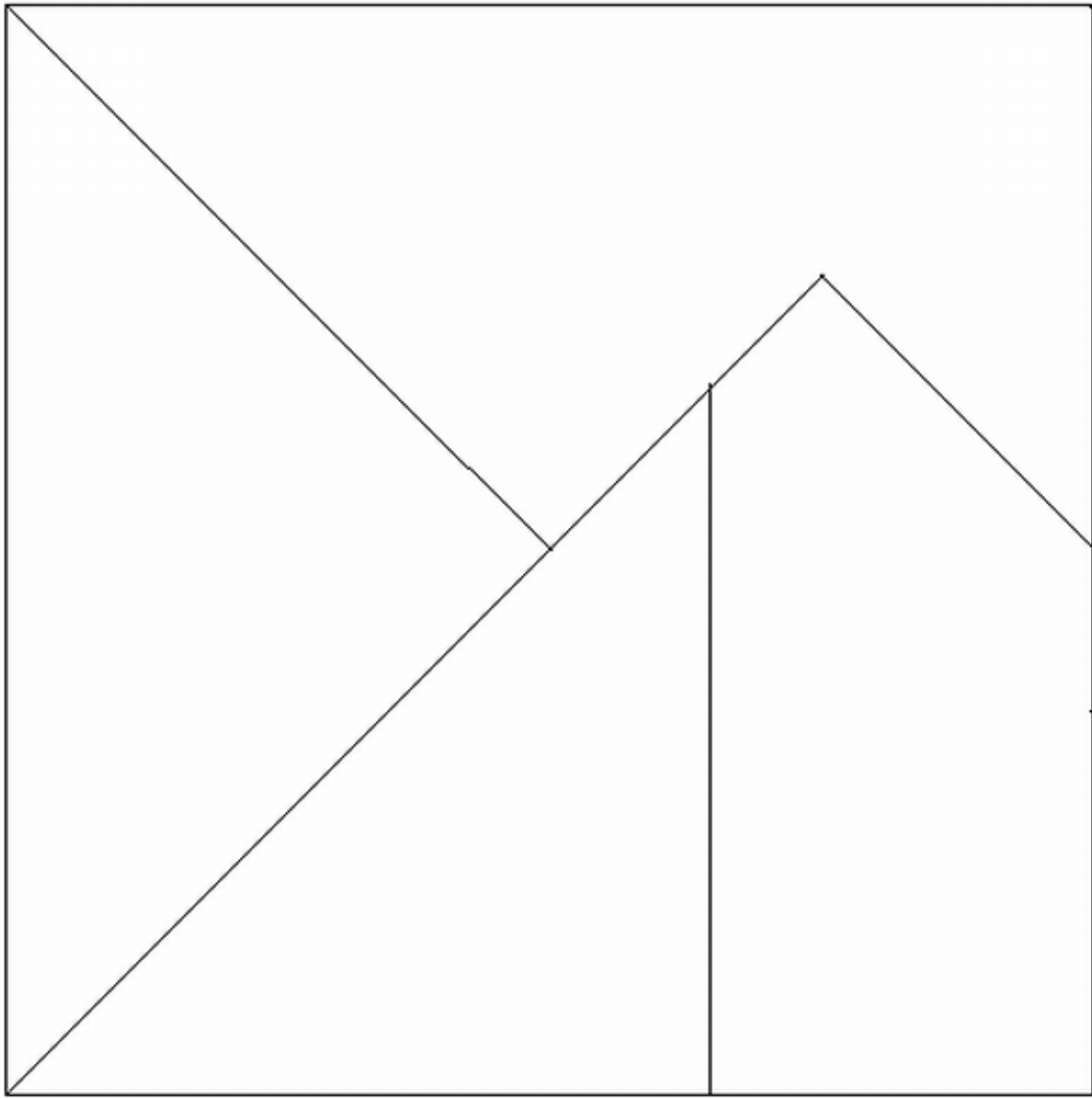
2. Ha sikerült, akkor rajzold be a megoldást az alsó ábrába is.



3. Most a kicsi vastag keretű négyzetet oszd fel 5 db egybevágó részre!



Ha nem sikerült azonnal megoldanod a 3. feladatot, akkor már nagyon jó rejtvényfejtő vagy!  
Csak a gyakorlott rejtvényfejtők követik el azt a hibát, hogy egy bonyolult feladat megoldása után, az egyszerűt is bonyolultan próbálják megoldani.  
Ezzel gyakran meg is tréfálják őket.



### a „4 meg 1” puzzle

Vágd ki (vágd szét nagyon pontosan) ezt a „négyzetkirakós” puzzle, meg még hozzá a kicsi négyzetet...

Azután, ebből az öt darabból rakj ki egy másik négyzetet.  
(Segítség: összehasonlításal mérd össze az elemek oldalhosszait és vedd észre azt is, hogy a négyelemes nagy négyzet területe a kicsi négyzet területének pont a nyolcszorosa.

Ebből ugye az következik, hogy az ötelemes négyzet oldala a kicsi négyzet oldalának háromszorosa lesz...)

## A „4 meg 1” megoldása

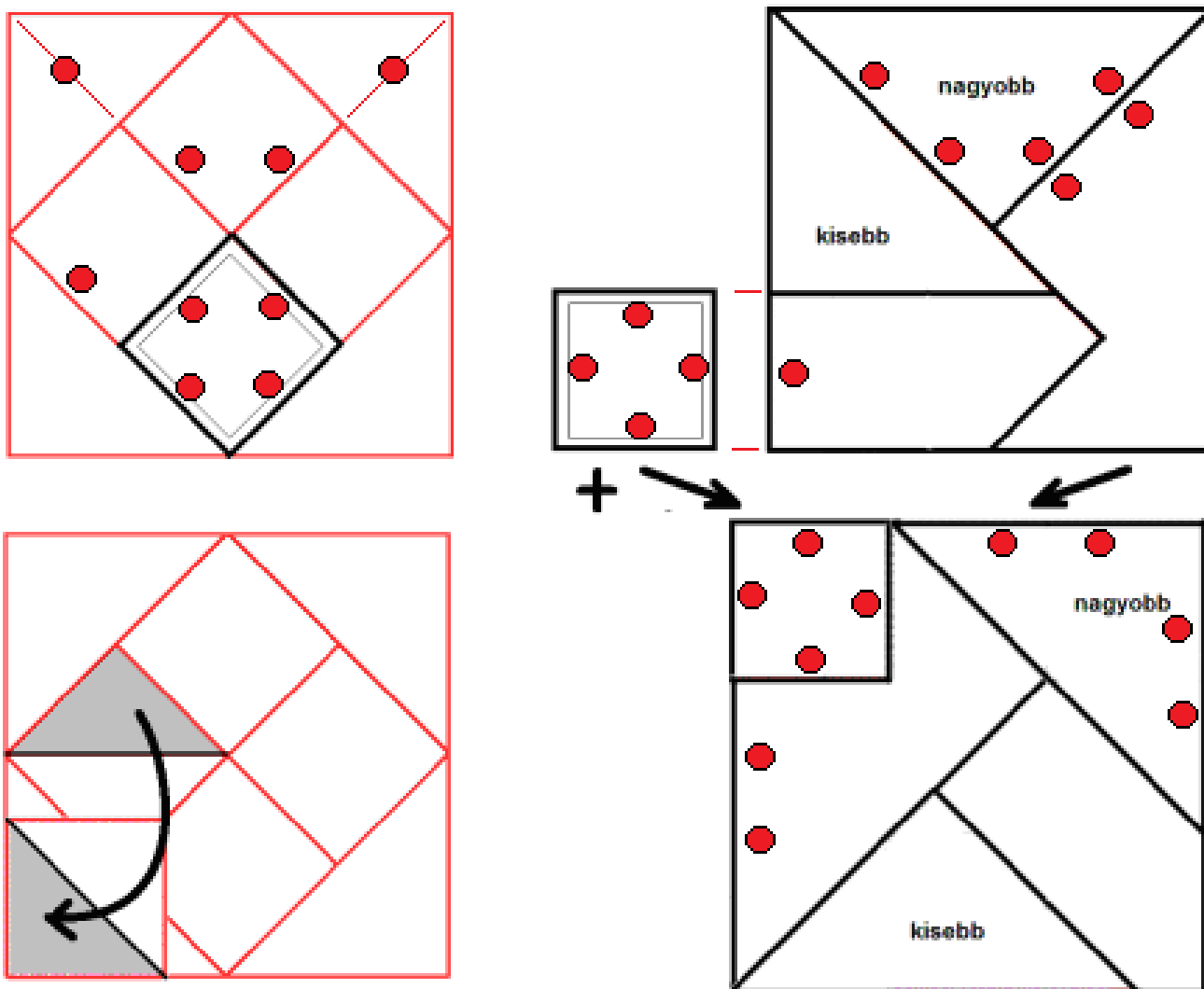
Ha sikerült már próbálgatással is, akkor sas szemed van.

Ha gondolkodnál is rajta, akkor figyeld meg hogyan lett felosztva a kiinduló négyzet.:

A felső baloldali ábra 8 db egységnégyzet (=pici négyzet) területű négyzetet mutat.

(Az új négyzet pont 9 db egységterületű lesz, tehát az oldalhossza a kicsi négyzet oldalhosszának 3-szorosa.)

Az alsó baloldali ábra mutatja, hogy a felső jobboldaliban az egységnégyzet magasságában van a vízszintes bevágás és így alakult ki a kisebb háromszög...

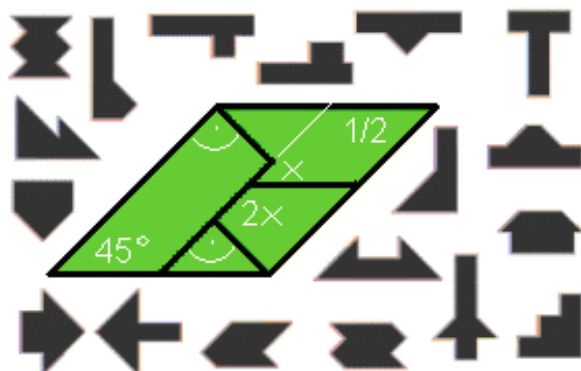
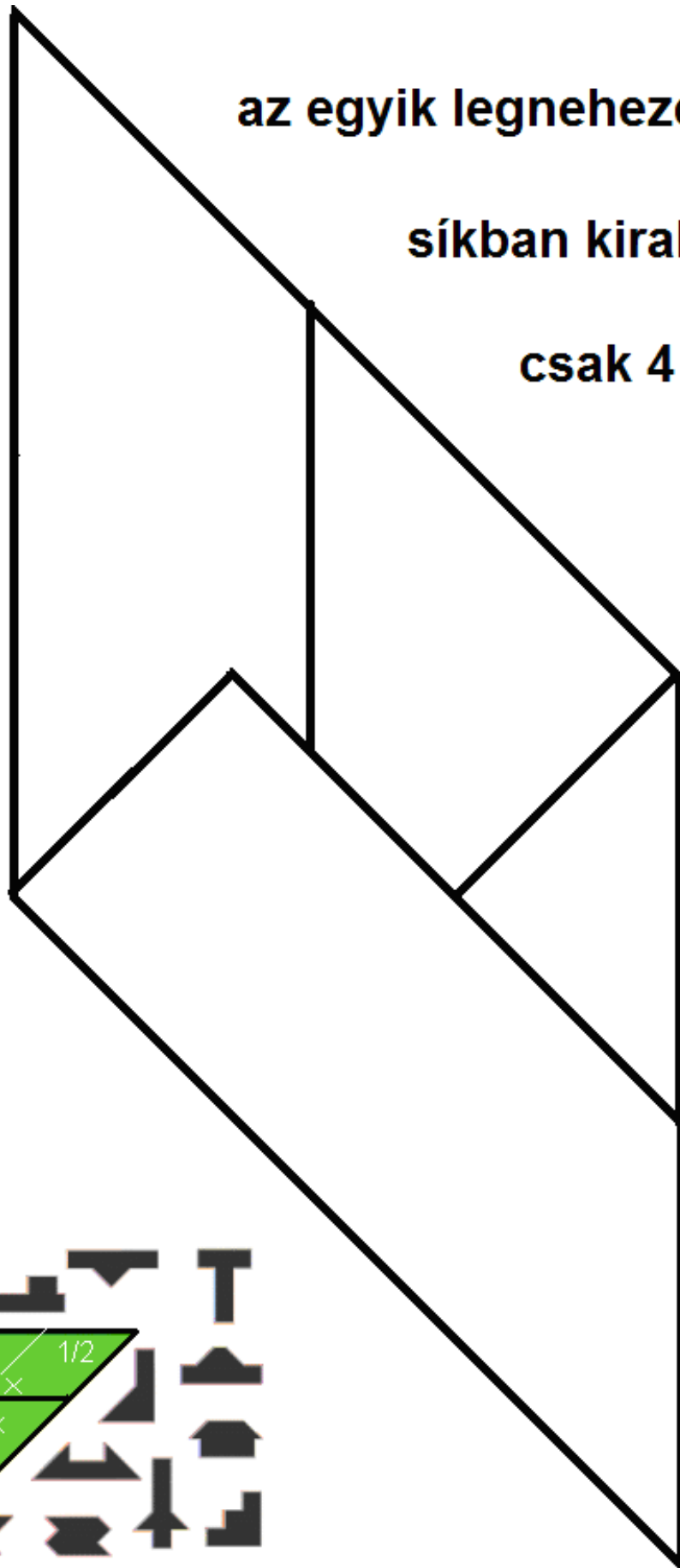


Sokat segít, ha minden elemet megvizsgálasz és olyan állásban helyezel el, hogy vízszintesen is és függőlegesen is a kicsi négyzet oldalhosszával mérhető legyen.

az egyik legnehezebb

síkban kirakós

csak 4 db

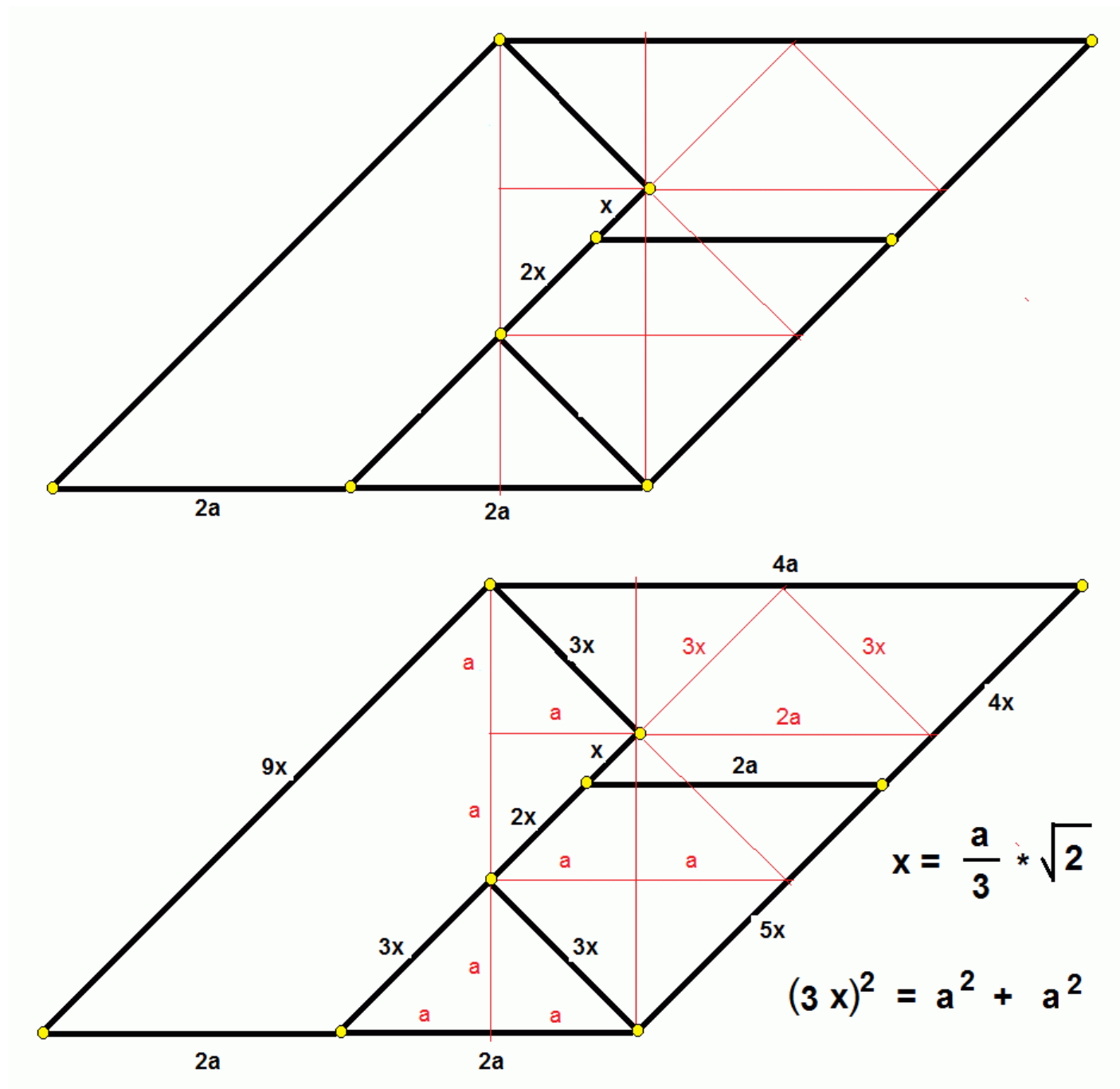


## 4 db-os puzzle

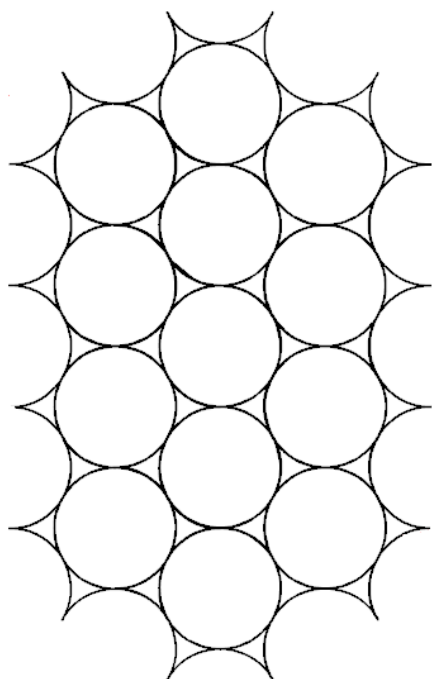
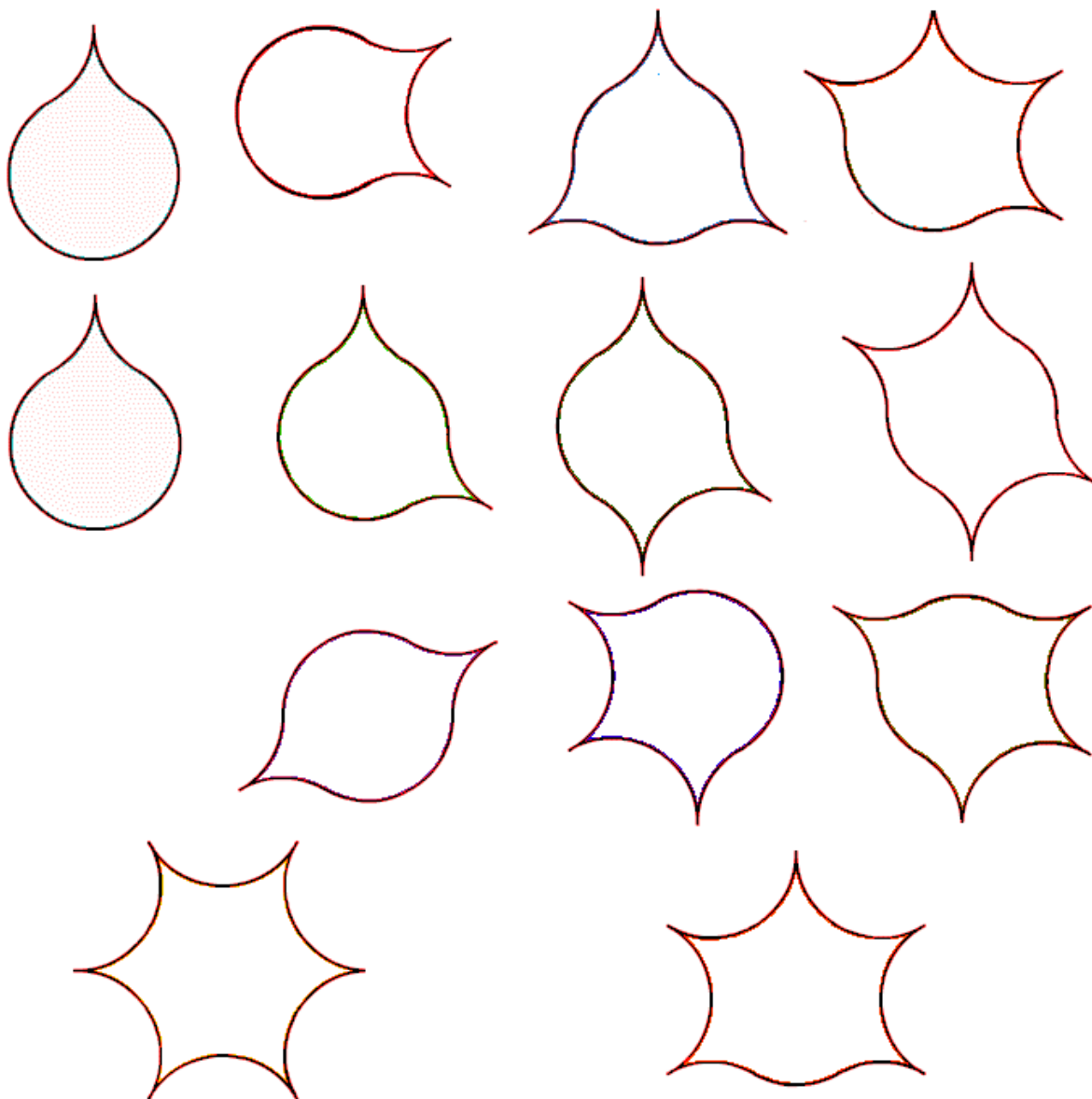
Elkezdtem beírni az elemek oldala mellé a hosszúságukat úgy, hogy „a” és „x” jeleket használtam.

Folytasd tovább, minden elemre, majd keres összefüggést a „x” és „a” között.

>>>> félbe vágandó... felül a feladat, alul a megoldás







**„ARIMASU”** (nagyon nehéz)

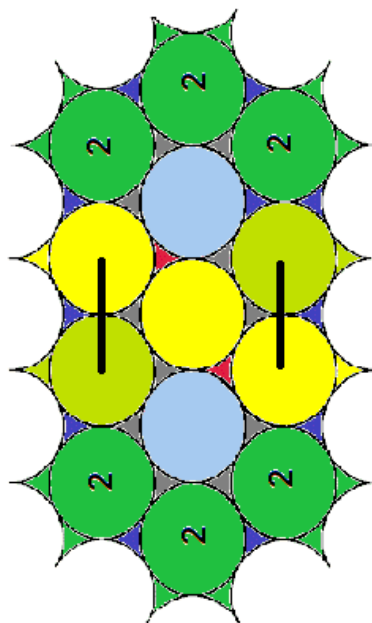
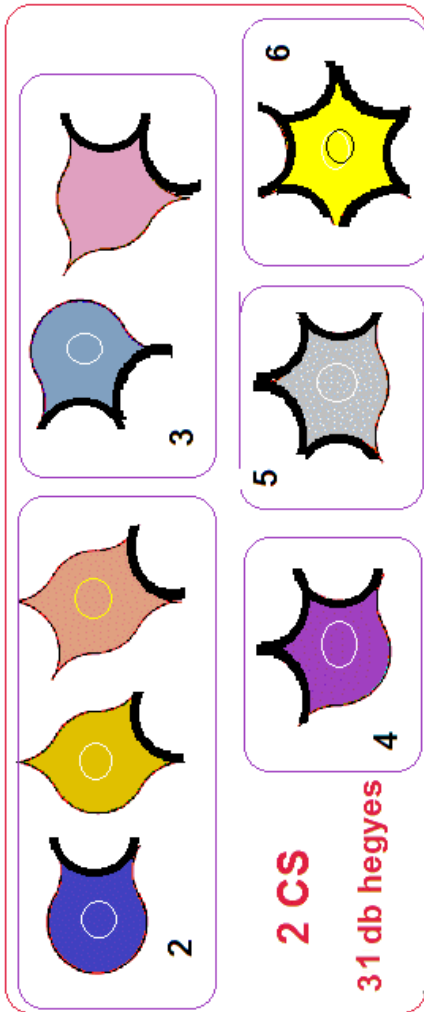
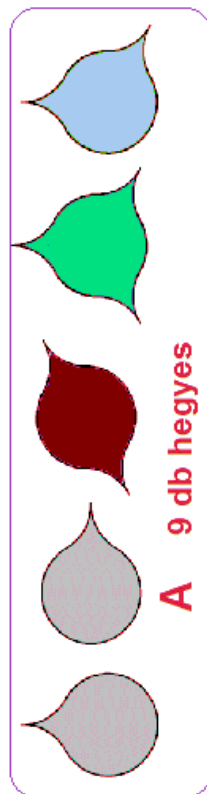
Mielőtt kivágod, vedd észre:

itt a teljes variáció:

az „egy-csücskös”-től a „hat-csücskös”-ig.

Vajon hány féleképpen oldható meg?

Sikerül-e más alakzatokat is kirakni:  
pl.: gyűrűst, vagy háromszögest?



$$9 + 31 = 40 = 12 + 2 + 2 + 2 + 11 + 11$$

Legalább 2 db csúcsa kell legyen a 6 db "2"-vel jelzettnek. (12 db zöld)

A vonallal összekötötték egyikének szintén min. 2 db csúcsa kell legyen. (2 db v. zöld.)  
(Ez összesen 8 db olyan, aminek legalább 2 csúcsa van.)

A sárgára színezettek az "A" jelű blokkból lehetnek csak.

A kicsi pirosat csak a sárgák tölthetik be.

A kékre színezetteket csak a 2 db csúcsúak tölthetik be.

A szürkéből 5 db-ot sárga (9-4), 6 db-ot a legalább 2 db csúcsúak tölthetik be.

**Kirakósokról puzzlekről** ( a „*nem igaz, hogy nem tudod kirakni*” helyett)

### **1./ nagyobbakkal: találjuk fel közösen...**

Tépj szét egy képeslapot, rakasd össze és mesélj közben az iráni amerikai nagykövetségen összerakosgató **csadoros** néniéről és gyerekeikről, akik az iratmegsemmisítővel összevágott dokumentumokat **rekonstruálták**, majd vedd játékosabbra: a mai sok ezer forintért kapható puzzlek türelemjátékát hasonlítsátok össze pl. a házilagosan is elkészíthetőkkel. Milyen technikát, módszert lehet használni az egyiknél és a másikonál? Mennyire függ az elemszámtól a megoldás nehézsége? Milyenek az "elegáns" feladványok? Határozzatok meg értékelési szempontokat! (Példaképp és ismétlésként: emlékeztess a félbevágott tetraéderre!)

Csodálkozzatok rá a Tangramra, és „utánérzeteire” (Lásd 7 db-os, 8 db-os). Miért lehet belőlük ezernyi figurát kirakni? Érdekességképpen nézzétek meg „egyszer használatosakat”. (Pl.: a „Kereszt-félhold” és a Tojás”.) Azután oldjátok meg a Tangram négyzetes feladványát és kezdjétek el területeket számolni: vegyétek észre, ha a kicsi háromszögből még kétszer kiegészítitek, szintén négyzet (és az elemekkel kirakható) lesz a terület... Tucatnyi új feladványt jelent, mi több: olyanokat is, amik megoldásához a számolás mankót ad (pl. a nagy háromszögek állását lerögzíti, csak azokét?) Ne hagyjátok ki a „Négy meg egy” négyzetes puzzle se. Gondolkodás nélkül nagyon nehezen oldható meg. Határozzatok meg kritériumokat, mitől is lesz érdekes egy kirakós játék?

Majd tervezzétek közösen egy ilyen (még a Tangramnál is "többet tudó") játékot úgy irányítva, hogy eljussatok a duo-, trio, tetra-, pento-, hexo, hepto-... minókhoz! Keressetek optimumot egy már kellően bonyolult kirakóshoz... Győzzétek meg magatokat, hogy "a négy még kevés, a hat meg már sok"... Nézzétek meg az elemalkotás módszerét háromszögekkel, rombuszokkal, hatszögekkel is aztán... ... aztán térjétek vissza az optimumnak tűnő "négyzetes ötösökhöz". Leltározzátok össze a pentominók összes lehetséges elemét, majd vegyétek ki közülük a tükrözéssel (lapra forgatással) azonosakat.

Kezdjétek el területeket számolni,  $5 \times 12 = 60$ -ból kiindulva:  $3 \times 20$ ,  $(6 \times 5 + 6 \times 5)$ ,  $(3 \times 3 \times 5 + 3 \times 5)$ , stb. és mintegy 100 feladványt fogtok megfogalmazni. Keressetek/tervezzétek olyan alakzatokat, amikről bebizonyítható (pl. pepitaszínezéssel és a fehér-fekete négyzetek számolgatásával), hogy nem kirakható. Keressetek még módszereket a kirakás segítésére, jussatok el oszthatósághoz, határozzátok meg a kereszt lehetséges helyeit a  $3 \times 20$ -asban. (Lássátok be, hogy a módszer nem „működik” a 3-nál szélesebb területekre.) (Sok korlátozás kell ahhoz, hogy logikailag megoldható feladványt alkossatok és vonjátok le a következtetést, hogy ezen korlátozások nélkül többnyire pasziánsz lesz az egyszemélyes feladványból.

A pasziánszok is egy játékcsoport! Tekintsétek át miért érdekes és miért csak az embernek érdekes... (miért nem köt le pl. egy majmot, esetleg elemezzétek a hódvárakat, vagy a madarak puzzle-/fészek/-építését... ) Csoportosítsátok az építő-kirakós játékokat: kreatív-absztrakciós, pasziánsz, logikai, konstrukciós, határozzátok meg a csoportba-sorolásnál figyelembe vett jellegzetességeket...

A majomról jusson eszetekbe a "betanítható" számítógép és legalább elviekben, gondolkozatok "számítógépül", összesen hány féle kirakási lehetőséget tud egyetlen másodperc alatt megvizsgálni és hány is lehet kb. a feladatban előforduló különbözőség? Hogyan működik egy ilyen összerakós progí?

Lépjetek ki a síkból! Adjatok vastagságot a pentominó elemeknek (praktikusan: az egységnégyzet-oldalányit). Gyors kérdés: miért is nem rakható ki belőlük kocka? ...és hasáb? vajh' hány féle? és térbeli figuratív alakzatok? Hány elemű az a térbeli pentominó készlet, amiben minden lehetséges módon 5-5 db kocka van? Végül, **nyissatok egy újabb fejezetet a lerakosgatós társasokkal**. (Pentominó hungarIQa, Blokus) Egyáltalán: általában az alapok logikájáról: ugye egy feladvány addig érdekes, amíg megoldjuk... Persze azért oldjuk meg, "mert ott van" (-lásd E. Hillarytól szabadon: nemcsak a Himalájára-), azután majd (a társasági viccmeséléshez hasonlóan) már mi szórakoztatunk tesztelgetünk vele másokat...

**A kétszemélyesek már olyan variábilis feladványok**, amikben mindig a célhoz vezető optimális lépést keressük, de közben bele-bele piszkál az állásba a másik játékos, esetleg úgy hogy a mi lépésünk meg számára jelent belepiszkálást... felfedezhetitek a lerakosgatós pentominó-társast ("társas paplanjáték"). Merüljetez bele az esélyegyenlőség feltételeibe... nézzétek a kezdés osztozkodási problémáját és megoldásait...

Fel fogjátok fedezni a jobbra és balra dőlő készletekből álló "pofoncsapott" Pentominót, megjelenik a színezés, új feladványcsoport a térkép-színezősök és eljuthattok a többszemélyes Blokus-hoz, mi több, ha a játék célja már nem csak a lépéskényszer, hanem pl. egy adott figura elsőkénti elérése: (különösebb erőszakoltság nélkül) akár az amőbákhoz, vagy a híd-hurok-építő játékokhoz is... egészen a Tantrix festett-figurás kirakóig (világbajnokságig)...

## **2. A kisebbek persze azonnal nekiugramának a rekvizitnek... majd ők összerakják!**

Hát? Itt irányíthatunk csak igazán!

A picik igencsak büszkék arra, ha már "nagyosan" gondolkodunk velük és örülnek minden felfedezésüknek!

A sok-sok piciknek készített összerakós játék között tán a pentominók lehetnek az elsők, amelyekben már több -bár még nem egymásra épülő- logikai lépcsőben gondolkodhatunk...

Mindenek előtt a: „**Ne kezdj neki azonnal!**” „**Készíts tervet!**” szokássá-igénnyé rögzítésének kezdete.

**Legyen a feladat a 8x8-as keret kitöltése.** Ez, a bemutatóimon általában versenyszerűen: az ovisnak nincsen lekötve pici, a matekos felnőttnek mind a négy pici helye rögzítve van... és így nyerhet a pici a tízezerszer könnyebb megoldás megtalálásában, különösen akkor, ha kicsit a stratégiában" segítünk is neki:

"jópofizós écák":

"Ne kezdj hozzá addig, amíg nem gondoltál ki valami taktikát, ami segíteni fog a kirakásban! Fűrészelni is úgy, hogy előtte megélesítjük, pecázni is úgy, hogy előtte beetetünk... Jobb kedvünk is lesz, ha van egy olyan

tervünk, amiben bízhatunk, hogy eljuttat a sikerhez. Előnyünk is lesz mindazokkal szemben, akik csak úgy azonnal, ész nélkül... stb."

"Tapasztalhattad, hogy a vége felé már nagyon pirinyó az az üres sziget, amibe bele kéne tenni a még kinn lévőket... Ha a végére bonyolult formájú, kacifántos elem marad, szinte biztos, hogy nem tudod majd abba a pici helybe belerakni... Ezért, mielőtt nekikezdesz, próbálj egy sorrendet kialakítani! "

Terítsük szét az egymásra halmozott elemeket! "Ezeket kell mind becsomagolni. Bőröndbe is úgy pakolunk, hogy előbb odakészítjük mit akarunk beletenni, és a nagyokkal kezdjük, a végére hagyva a pici helyre is begyömöszölhető a zoknikat, zsebkendőket..."

Ritkán sikerül egy kicsomagoltat, visszacsomagolni az eredeti méretre... stb." felvezetéssel kezdjük el kérdezősködni: "Melyik lesznek azok, amiket a legvégén könnyedén- füttyörészve is a helyére tehetsz? Hát persze, hogy a 4 db pici! "

Fogjuk meg a keresztet!

"Ez vajon könnyen, vagy nehezen helyezhető el, ha a végére maradna? Hát persze, hogy nehezen, ettől minél előbb meg kell szabadulni... "

Vegyünk kézbe minden elemet és döntsük el közösen: könnyű, vagy nehéz és rakjuk fel úgy, hogy a nehezeket közelebb, a könnyűeket távolabb rakjuk, hogy eszünkbe se jusson könnyebbhez nyúlni addig, amíg a nehezebbet nem helyeztük még el. (Amikről nem tudjuk eldönteni, könnyű, vagy nehéz, azt rakjuk középre.)

"Így elérhetjük, hogy minél inkább nehezedik a feladat folytatása, annál könnyebb elemekkel kell majd megbirkóznunk."

De még mindig ne kezdjük hozzá! Nézegessük a szétterített és berakási sorrendbe állított elemeket...

vegyünk észre praktikus párosításokat PL. az "X" és az "E" együtt sokkal kevésbé cikk-cakkos, mint külön-külön... , párosítva őket, máris bekerülhetnek az egyik sarokba... Következik a bonyolultak közül az "M" ennek észrevehető a lépcsője... majd a "T" (ezt a legnehezebb jól elhelyezni) és sorban a többiek a legegyszerűbb "P" berakásáig, végül a pirinyók...

Közben persze arra kell törekedni, hogy az üres sziget ne keskenyedjen el, négyzet-köralakú legyen...

Érdekes kivétel a hosszú elem! Többnyire (néhány kivétel azért van) ész nélkül berakható a keret mellé, azért mert szinte semmit sem változtat a feladaton, ha egy picivel kisebb lesz a betöltendő terület. (Amúgy sem egyértelmű, hogy könnyű, vagy nehéz elemnek számít-e.)



## Tradicionális Pentominó

Efelejtettem már,  
honnan kaptam  
ezt a képet,  
de akkor is  
megérdemel  
egy elemzést, ha  
sértődés lesz belőle.

Mottó:  
Miért van az, hogy  
az ilyen logikai  
játékokhoz nem  
tudunk többet  
mondani annál,  
mint hogy:  
„Ügyes légy!”

Igencsak itt lenne már annak is az ideje, hogy ne csak bíztassuk a gyereket a megoldásra, hanem segítsünk a hogyan megtalálásában is.

Feltehető, hogy a képen megszámlálható tízen kívül, nagyobb az osztály létszáma és mindenkinek jutott egy-egy pentominó-készlet. Megjegyzem: csomagos vásárláskor mindig elmondom, hogy csoportos felhasználás előtt ajánlatos 4 db-onként, a színek szerint, 4 egyszínű készletbe átrendezve szétosztani...

A színeknek ugyanis egyetlen funkciójuk van a megoldásban, csupán annyi, hogy felismerjük: nem kell figyelniük rájuk. Láss a képen egy tévutas („csak a kékkel”) próbálkozást.

A kartontábla rácsozata csak a társasjátékkénti használathoz szükséges. Kirakóskénti használatkor kifejezetten káros. Részben: mert a keret alatt elcsúszkálva megosztja a figyelmet, részben meg: mert ösztönözhet a belülről kifelé (biztosan eredménytelen) próbálkozásra.

Egy pillanatkép kép alapján persze nem ítéhető meg a teljes foglalkozás menete. Jónéhány rossz tapasztalatom kiváltotta előítéletemmel mégis nehéz elképzelnem, hogy sokkal több történne, mint hogy „na ki tudja legelőbb kirakni?”, pedig a pentominókkal rengeteg minden megtanítható. Legelsőként tán általánosan az, hogy: ha megértetted a feladatot, akkor mielőtt nekiugranál, készíts egy tervet. Mindig gondold át miért is lesz nehéz megoldani, hogyan könnyíthetnél rajta, ismersz-e valami hasonlót, abban hogyan sikerült... Kézenfekvő analógia a bőröndbe csomagolás, ahol a nagykabáttal kezdett folyamat vége: az üres helyekre beszúrni a zoknikat. Rendezd tehát nehézségi-bonyolultsági sorrendbe a berakandó elemeket és ekkor: minél kisebb lesz a betöltendő üres, annál könnyebbeket kell majd elhelyezned... (De szép lenne, ha valami ilyesmi instruáló előzményre következtethetnék a képen láthatóból.)

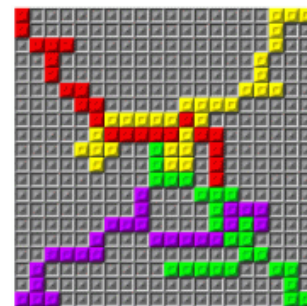
A kritika ellenére, korántsem zárható ki az, hogy a pillanatkép csupán egy bemelegítő, az érdeklődést felkeltő piciny része annak foglalkozásnak, amely megmutatja az elemek tulajdonságait, szemlélteti a szimmetria és a tükörkép fogalmát, stb...

Lásd hozzá bővebben:>>> [http://www.jatektan.hu/jatektan/00\\_2028/pentomino.html](http://www.jatektan.hu/jatektan/00_2028/pentomino.html)

cogitoys Pentominó (tradicionális) :>>> [http://www.jatektan.hu/jatektan/uj2001/szab\\_pent.htm](http://www.jatektan.hu/jatektan/uj2001/szab_pent.htm)

## BLOKUS ( négyesben, 20x20-as táblán )

A felváltva lerakosgató játék lényege, hogy a táblán kívülről újabb saját elem csak a már táblán lévő saját elem sarkával érintkezve tehető le és tilos két saját elem oldalának érintkezése.



(Lásd az ábrát!) >>>>>>>>

Játékosonként 21-21 db elem, kezdéskor a 20x20-as táblán kívül áll.

A játékosok egymást követően felváltva, egyenként tetszőlegesen a saját színűekből választott elemet raknak a táblára.

Az elsőket úgy, hogy: a tábla sarokmezejét takarja, a következőket pedig a fenti lerakási szabály betartásával.

Addig tart a parti, amíg van játékos, aki még le tud rakni a táblára

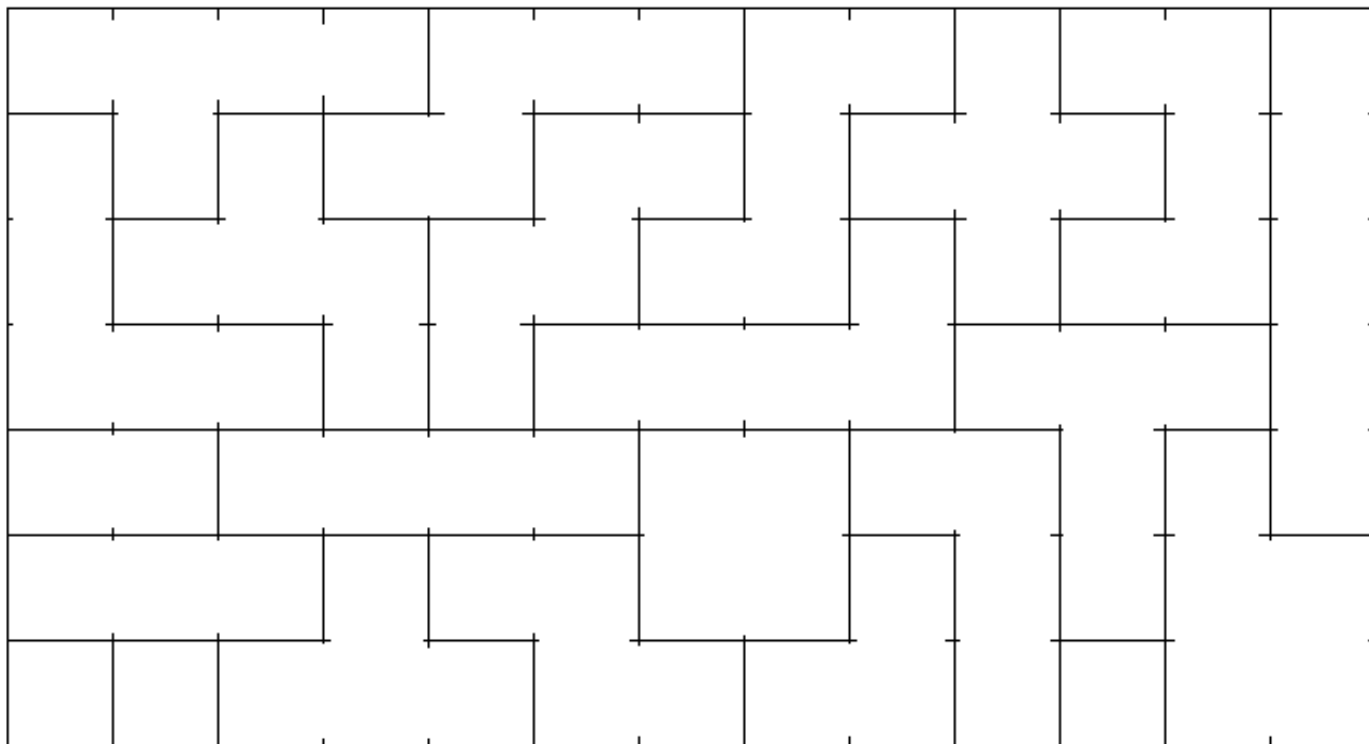
Az a páros nyer, akiknek kevesebb elemük maradt a táblán kívül.

Pontosabban:

**a megmaradtakat alkotó egységnégyzetek összege számít.**

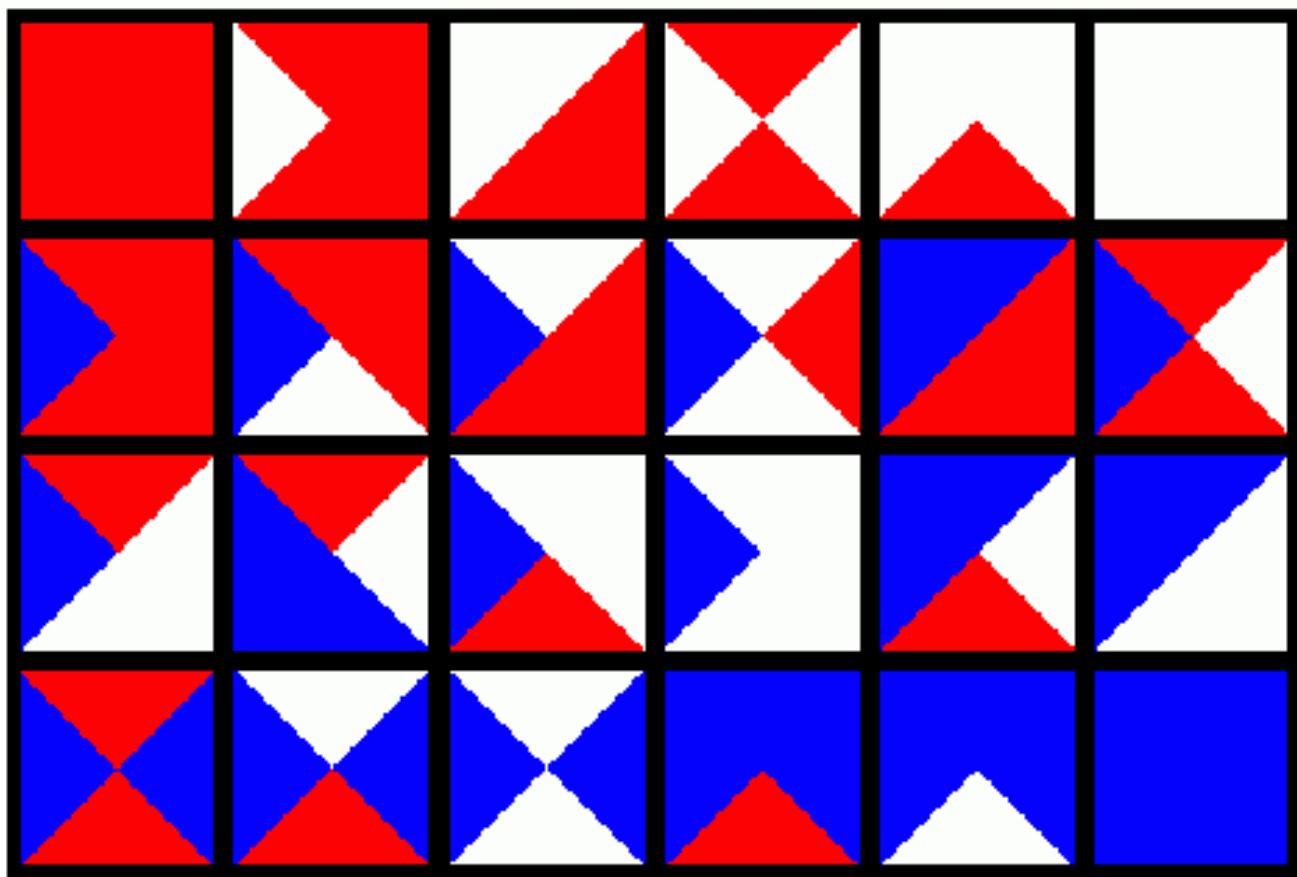
Ha nincs készleted, akkor nyomtasd ki négy különböző színű papírra és szétvágás előtt, ragaszd kartonra, amihez vászonterítőből (konyharuhából) készíthetsz kevésbé csúszkálós táblát.

Egyébként jól játszható 4 db a „cogitoys” 64 db-os (60+4x1) pentominó készlettel is 17x17-es vászontáblán.

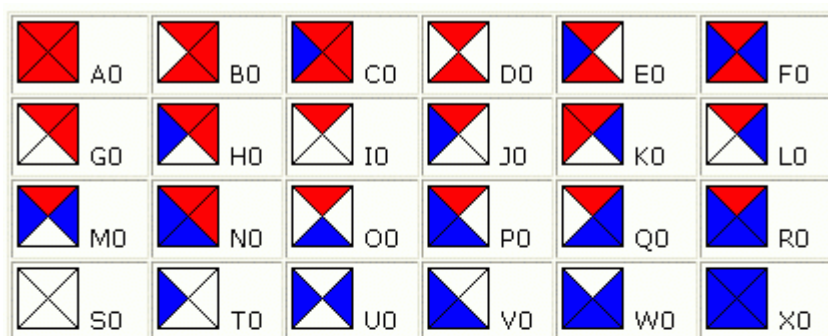


(Egy-egy elemkészlet 89 területegység, a 20x20-as táblát max. 90%-ban terítheti)





## MacMahon 24 db-os lap-puzzle



Az elemek betűjelzése segít a megoldás leírásában:  
 A fent mutatott alapállásban mindegyik végén 0 áll.  
 Az óramutató állásával ellentétes irányban 90 fokkal  
 elforgatva 1, 180 fokkal 2, ill. 270 fokkal 3 az adott  
 elem utolsó jegye.

Ezzel a jelöléssel,  
 egy megoldás >>>>>

**B2 D0 I0 L0 J0 G0  
 A0 C2 V0 S0 T2 O3  
 K0 F0 X0 W0 U0 Q3  
 H2 E0 P2 R2 M2 N3**



# MacMahon-Puzzle kettesben,v. hármásban

Váltakozva egyenként rakják le lapjaikat a játékosok, arra törekedve, hogy (az oldalérintkezés színegyezőségi szabályát betartva) a saját színükből minél nagyobb területet alakítsanak ki. A területért kapott pontok progresszíven növekedjenek: a lapkaegységben mért területtől függően:  
0,5/1; 0,75/3; 1,0/6; 1,25/10; 1,5/15; 1,75/21; 2,0/28; 2,25/36; 2,5/45



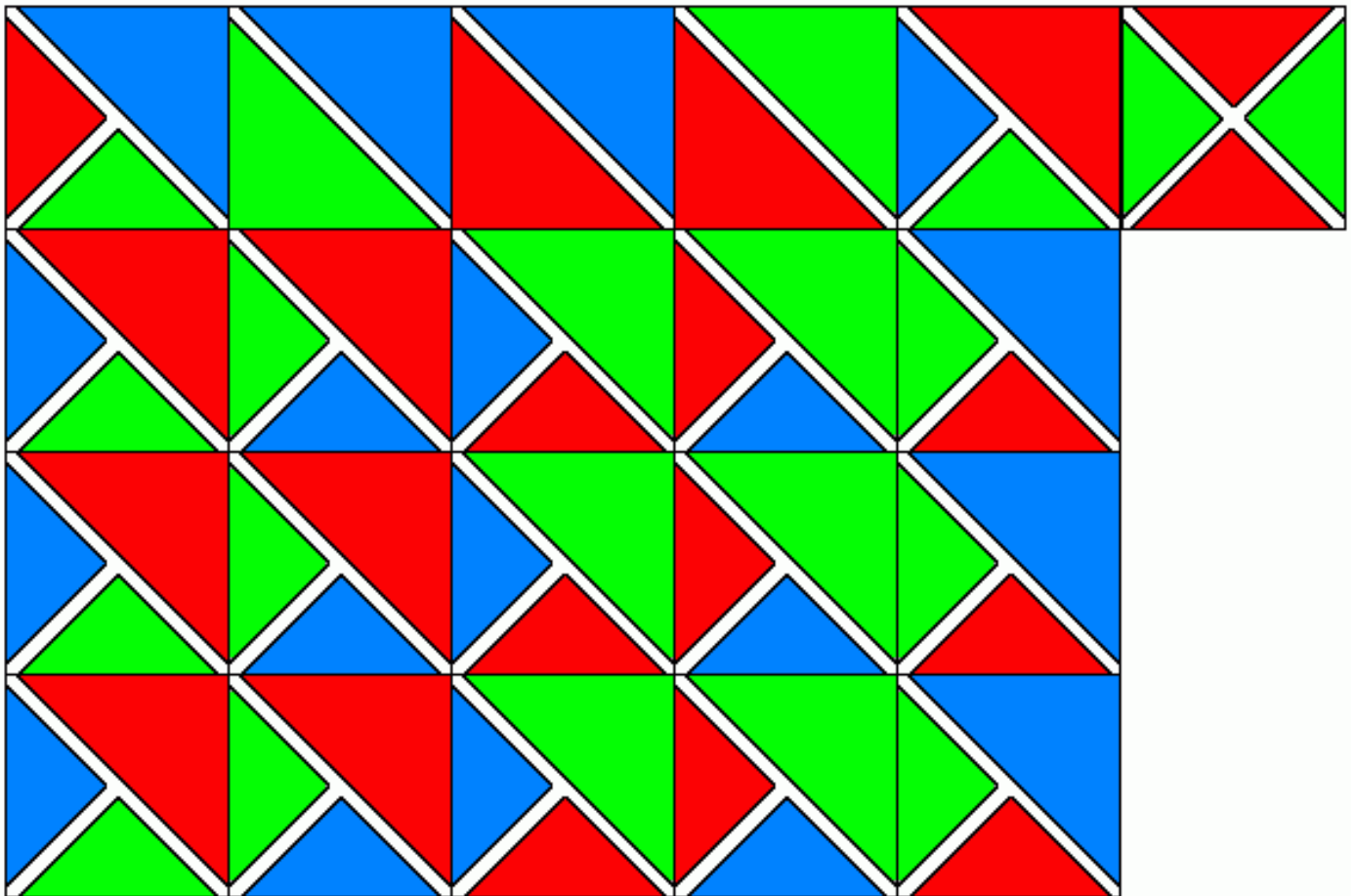
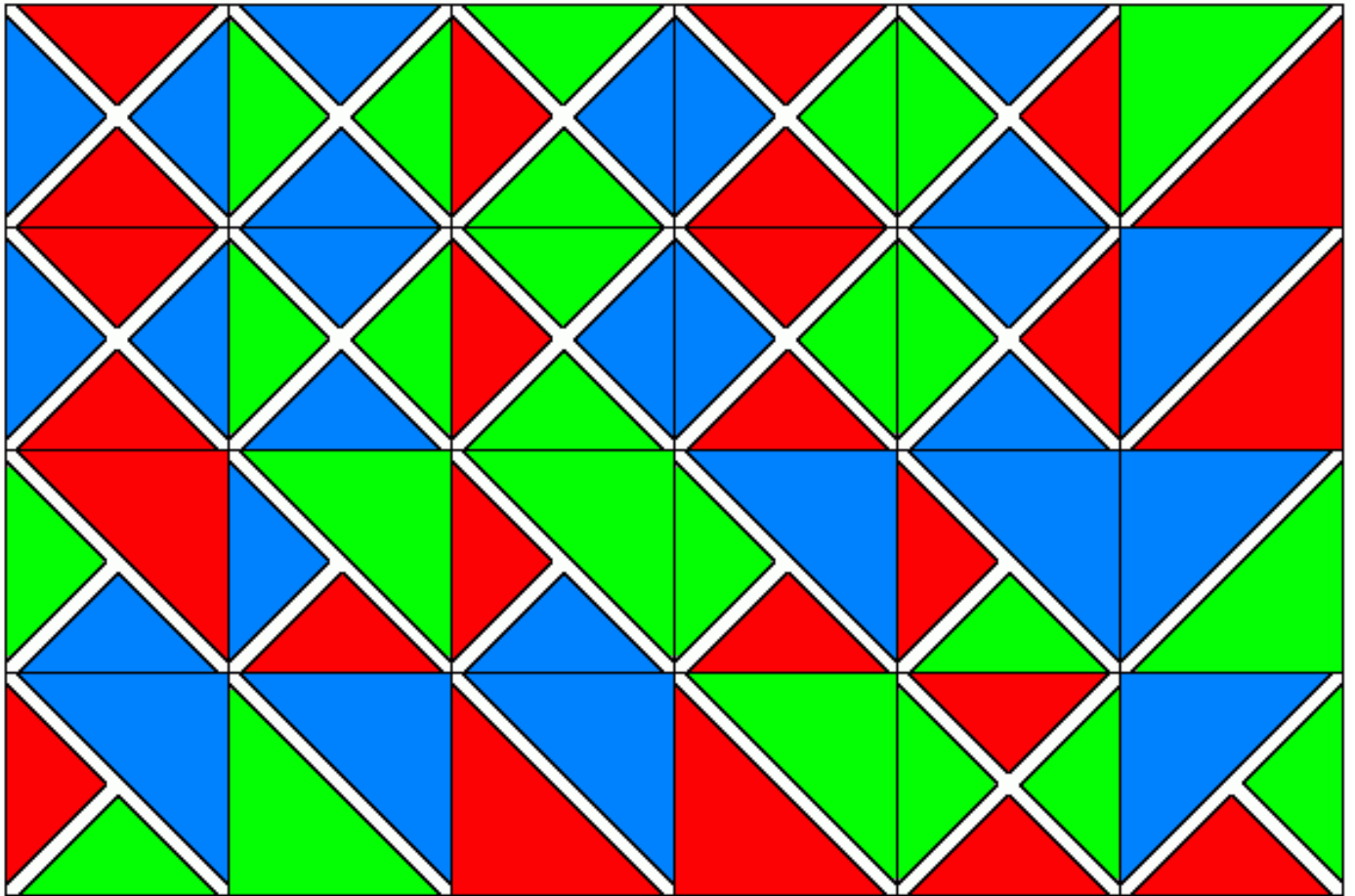
Játszani több féleképpen is érdekes.

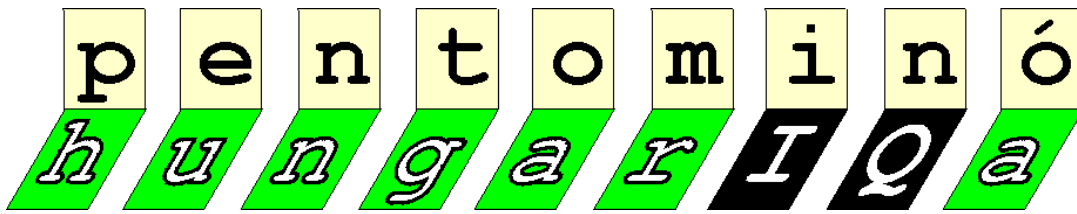
Kisebbekkel megállapodhatunk abban, hogy "vakon" játszunk, a lefordított lapokból a lépő húz egyet...

Tán úgy a legérdekesebb, ha játékosonként 6-7 lapot osztunk, amikből a sorra következő kiválasztja, hogy melyiket rakja a táblára (esetleg többet is megengedve) aztán húz helyette.

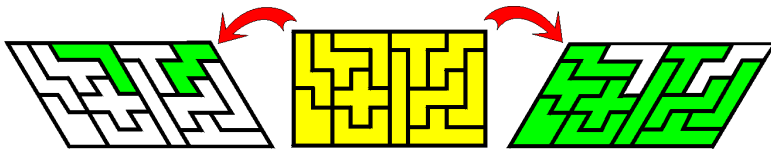
Megállapodhatunk abban, hogy csak a derékszögben határolt területek számítanak. (Ekkor ugye az ábrán 21-el jelzett nem kap pontot.)

Megállapodhatunk abban, hogy 6x6-os méretben korlátozzuk a táblát.





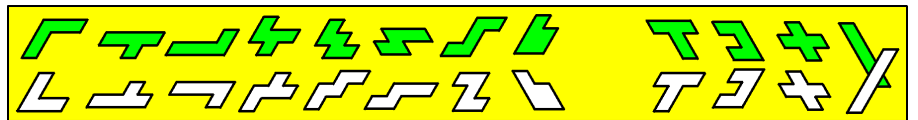
A magyar fejlesztő jobbról is és balról is „adott egy pofont” a pentominóknak. 😊



Az eredmény megdöbbentő: az eddig ismert pentominó-feladványok több mint százszorosát kínálja és az mellett, hogy **megduplázza a pentominó társasok lépéspárszámát, megoldja azok**

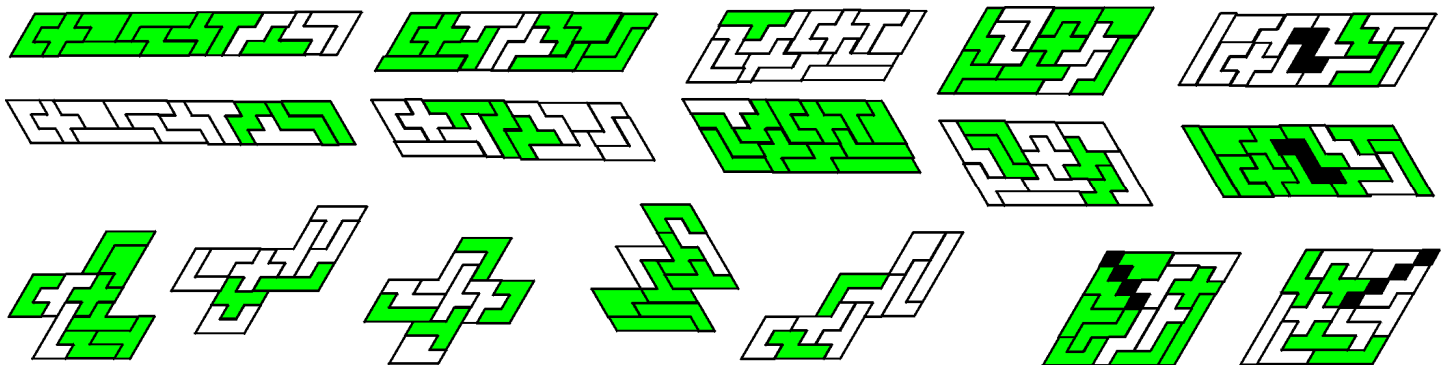
„osztzkodós” problémáját is.

A pentominók 12 féle eleme 20 félére növekedett. A jobbra és a balra történő döntéssel előálló két 12 db-os készletben ugyanis azonos alakú idom csak 4 db, a többi: egy-egy, páronként azonos formának a hegyes- és tompaszögű változata.



### 1. Kirakós feladványok

**Kezdőknek:** A tradicionális pentominó- feladványok "pofoncsapott" megfelelői egyszerűek, ha a két készletből tetszőlegesen választhatók meg a kirakásukhoz felhasznált elemek. Pl. a legismertebbek: a 3x20, a 4x15, az 5x12, a 6x10, a "lyukas" 5x13 (amikor a középben kimaradó "lyuk", valamelyik előre meghatározott idommal azonos), a háromszorozások (bármelyik idom háromszoros méretben történő kirakása), és a 8x8-asok.



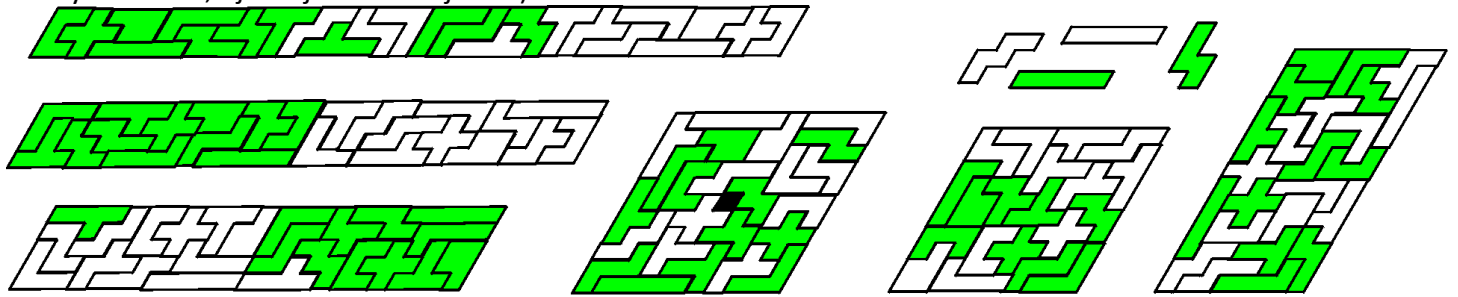
Ez utóbbiak közül, a 8x8-as paralelogramma kirakása akkor a legkönnyebb, ha a 4 db pici elem helye tetszőleges. A pici elemek helyének rögzítésével azonban fokozatosan szabályozható a feladat nehézsége. Ha mind a négy pici helyzetét előírjuk és még azt is megköjtjük, hogy csak az egyik készlet használható, akkor a gyakorlott rejtvényfejtők is több órán át rakosgathatnak.

**Haladóknak:** A fenti, fele-készletes feladványokat, csak az egyik pofoncsapott készletet használva, egyidejűleg ketten, egymással versenyezve izgalmas megoldani. Egyik játékosé a jobbra döntött, a másiké a balra döntött készlet. Ezek teljesen egyenértékűek. (Ha egy feladvány megoldható az egyikkel, akkor a másikkal is. Ha az egyikkel nincs megoldás, akkor a másikkal sem. Ha különböző megoldások találhatók, akkor azok száma mindkét készletnél megegyezik.) Abszolút korrekt a verseny még akkor is, ha: mielőtt a kiválasztott feladat megoldásának kezdenének, készleteikből néhány (de mindig csak az egymásnak megfelelő) elemet kicserélnek. Ezzel a módszerrel: ezernyi feladat és száznál több készletkombináció közül sorsolhatók ki versenyfeladványok.

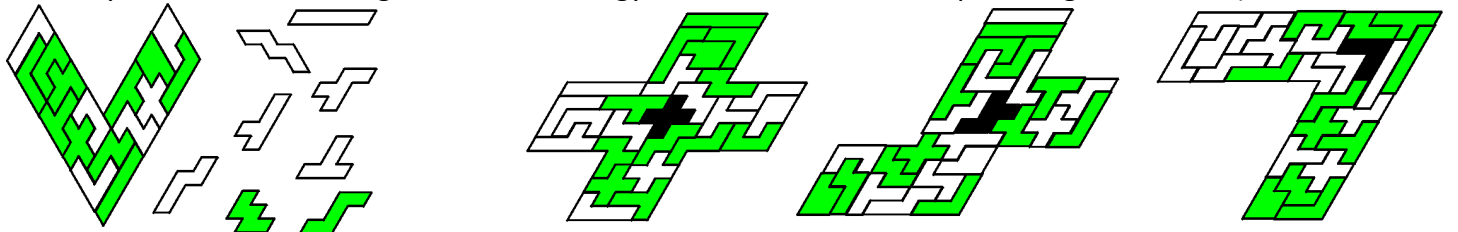
**Profiknak:** A mindkét készletet felhasználó kirakósok többségének megoldása már (némi szerencsével

is) 3-10 órás próbálkozást igényel.

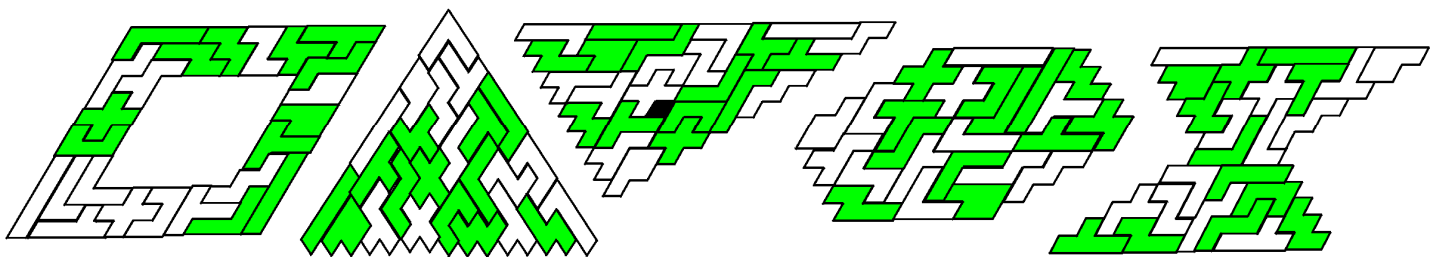
Kézenfekvők pl.: a 3x40, a 4x30, az 5x24, az 5x25 (ebben egy idomnyi terület üres), a 6x20, a 8x15, a 10x12, a 10x10 (ekkor: a négy azonos elem maradjon ki), a 11x11 (itt: a hiba más-más elhelyezkedése, új és új feladatot jelent).



Aztán ott vannak a négyszerezések (akkor a legnehezebb, ha a kimaradó 8 elem mindegyike ugyanahhoz a készlethez tartozik) az ötszörözések (ekkor, az egy idomnyi lyukas terület alakja is és elhelyezkedése is előre rögzíthető, mint ahogy ez előírható az 5x25-ös paralelogrammánál is).

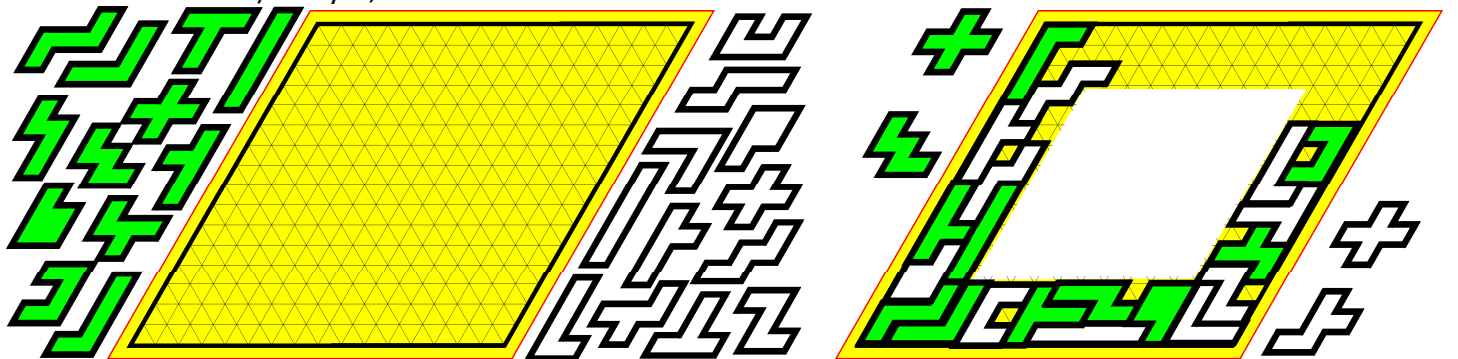


Érdekesek még a háromszög-szerű elrendezések, a három egység szélességű keret (13x13-7x7), ill. különböző figuratív formákban elhelyezkedő üres helyek előírásai is.



## 2. Stratégiai társasok

Induláskor a tábla üres. A játékosok egymást követően felváltva, a saját készletükből tetszőlegesen választva, egy-egy idomot raknak fel a táblára. (A teljes 16x16-os játékeret használva, a lerakott idomok csak a sarkaikkal érintkezhetnek, ha annak csak egy 12x12-es részén folyik a parti, akkor az éleikkel is.) Az nyer, aki utolsóként tud tenni a táblára.



Még érdekesebb a verseny akkor, ha a táblán "körben" csak egy háromegységnyi széles sávban építkeznek, mint pl. a dominó játékban. Aki nem tudja illeszkedve lerakni "bábuját" annyi hibapontot kap, ahány terület egység üresen marad...

Mindkét játék úgy a legizgalmasabb, ha a hibátlanul lerakni nem képes játékos köteles egy idomot visszavenni a tábláról. Ekkor az nyer, akinek előbb fogynak el a "bábui".

## a PENTOMÍNÓ

Összesen 12 féle forma, mindegyik 5-5 db négyzetlapocskából! 100-nál több feladvány és még társas is!

Már 4 éves kortól, és még profi matematikusoknak is...

A XX. század közepén robbant "poliminó bomba" legérdekesebb pentominó-játékaiból csupán egy bemutató ízelítő az alábbi, mert a teljességre törekvő szándék kudarcot vallana...

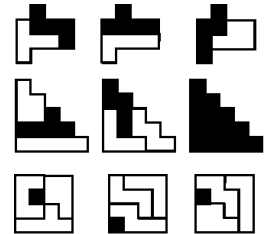
### Csináld utánam! (4-6 évesekkel "foglalkozva")

=Illesszünk össze 2 db pentominót úgy, hogy az így előálló alakzat két másikból is kialakítható legyen! Ez lesz a másikjátékos feladata.

Ha nehezen megy a megoldás, segítsünk az egyik(majd, ha így sem sikerül, akkor a mindkét) pentominó kézbeadásával

.=Keressünk minél több olyan pentominó-párt, melyek megfelelő összeillesztése ugyanazt a formát eredményezi!

=Növeljük az egy alakzatba rakott pentominók számát: ha pl. 3db-ból építkezünk, akkor alakítsunk ki háromszögeket, majd 5x3-as téglalapokat, próbálkozzunk 4x4-es "csonka" négyzetekkel úgy, hogy az üres rész mindig máshol legyen, keressünk további szimmetrikus formákat!

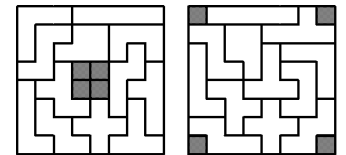


Egyre bonyolultabb feladványokat találhatunk ki, ha továbbnöveljük az egy képbe illesztett pentominók darabszámát.

=A **8x8-as nagy négyzet**, azaz a keret, "hibapontos" kirakásával a nagycsoportos óvodások már egyedül is megbirkózhatnak, ha a kicsi négyzeteket csak a legvégén, a kimaradó "hibák"betömésére használják.

(Idősebbek, persze előrehelyezzék el a hibákat, pl. elsőként a négy sarokba!

A nagy négyzet mintegy 100.000 féleképpen rakható ki, attól is függően, hol lesznek a kis négyzetek. Ha pl. a négy hiba, négyzetet alkotva, középben van, akkor 65 félemegoldást található.)



### Láncolás: 5-8 éveseknek (Ez már a nagyobbak, "egyszer én, egyszer te" társasjátéka.)

= A közösen használt készletből, a lépésenként kiválasztott pentominókat, egy három egységnyi magas sávban, balról jobbra építkezve, felváltva egyenként rakjuk le, arra törekedve, hogy tömör "falazatot" ("vonatot") alakítsunk ki.



=**Tétre, pontozásra, taktikázásra:** ha a lépésre következő nem talál olyan elemet, mellyel kimaradó üres rész nélkül folytatható az építkezés, akkor 1 hibapontot kap és újra ellenfele következik. Ám, ha ő is csak hibával tudja folytatni, akkor annyiszor 2hibapontot kap, ahány egységnyi négyzetecskét üresen hagyott.

=Nemcsak hosszabbak, de érdekesebbek is lesznek a partik, a "jobbra épít, balra bont" szabállyal.

Amikor már a falba helyezett pentominók száma eléri a 7 db-ot, akkor a játékosok megkezdik a bontást: a lépő, miután letette a fal jobb oldali részéhez az újelemet, le is vesz egyet a fal bal oldaláról. Így, a harmadik lépéspár után, mindig 6 elem van a falban és 6 elem várbeépítésre. A játék addig folytatódik, amíg valamelyik játékosnak (ő lesz a parti vesztese) az előre megegyezett mennyiségű (pl.12) hibapontja nem gyűlik össze.

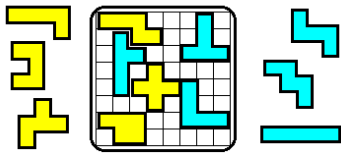
### Stratégiai kirakós játék (kezdőknek is, profiknak is)

A nagyon gyors partik nem csupán a legkisebbeknek, de még a profi táblajátékosoknak is ajánlhatók. **A fejlesztő ismerete szerint, ez, az egyetlen olyan táblás játék, mely alig 5lépéspárból áll csupán, még sem ismerünk rá biztosan nyerőstratégiát!**=A készletet (abból, egymást követően, 1-1 db-ot választva) felosztja



egymás között a két játékos. Egy 8x8-as táblára felváltva egyesével rakhatják le a pentominókat a versenyzők. Az nyer, aki utolsóként még tud tenni a táblára.

=Érdekes a verseny akkor is, ha megfordul a célja: ekkor az lesz a győztes, aki "nyertem" felkiáltással jelzi, hogy már nem lehet a táblára tenni. Vigyázat! A "nyerési helyzetét" bejelentő játékos azonnal veszít, ha társa megmutatja: mégis rakhatott volna...



A táblára tett pentominók, a játék során nem mozdíthatók el a helyükről, így még azelőtt, hogy elfogynának, vége is van a partinak: amikor már az üresen maradt mezők mérete, vagy alakja eltér a megmaradókétól.

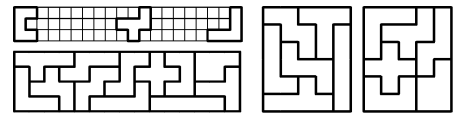
Az első 2-3 elem felrakásakor eldől a parti. (Az ábrán mutatott végjáték állásában, világos is és sötét is tud olyat lépni, mellyel győzhet, függetlenül attól, hogy a több, vagy a kevesebb megmaradóban versenyeznek.)

=Érdemes kipróbálni úgy is a játékot, hogy nem osztják fel a játékosok egymás között a pentominókat, hanem lépésről-lépésre választanak ki egyet-egyed, melyet ellenfelüknek kell letennie a táblára... (Oda rakja, ahová kívánja, de mindig a társa által kiválasztott elemet!)=Játszhatunk nagyobb, 9x9-es, sőt 10x10-es táblákon is. Ekkor többnyire abban is meg kell állapodni, hogy a táblára tett pentominók csak a sarkaikon (tehát oldalaikkal nem) érintkezhetnek egymással.

### Egyszemélyes pasziánszok (csemegék profiknak)

A  $12 \times 5 = 60$  egység-négyzetnyi terület, téglalapos elrendezésben:  $=3 \times 20$ ,  $=4 \times 15$ ,  $=5 \times 12$  és  $=6 \times 10$  méretű lehet. Valamennyi ki is rakható a teljes készlet pentominóból. (Logikai algoritmus nem ismert, pasziánsz jellegű a feladat: vagy kijön, vagy nem...)

=Elegáns, amikor az elfelezett készlet 6-6 db pentominójából, kirakva 2 db  $5 \times 6$ -os téglalapot, azok,  $10 \times 6$ -osra is és  $12 \times 5$ -ösre is összeilleszthetők a hosszabb, illetve a rövidebb oldalaikkal.

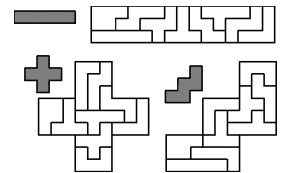


Szabálytalan formákkal próbálkozva, nem csupán kézenfekvően kínálkozó feladat, de meg is oldható

=mindegyik pentominó háromszoros méretben történő előállítás a többiből.

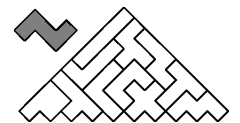
Mivel  $3 \times 3 \times 5 = 45$ ,  $60 - 45 = 15$  és  $15 / 5 = 3$ , három pentominó mindig ki fog maradni. Ám, az alakzat más módon történő lefedésekor, másik három marad ki.

= 9 készlet pentominóból pontosan kialakítható mindegyik pentominó háromszorosra nagyított mása, ezekből pedig az óriás pl.: a "3x20"-as téglalap, falra függesztve is tetszetős kép lehet...



= Sikerrel próbálkozhatunk a háromszög-elrendezéssel is

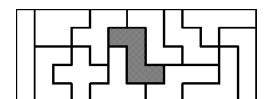
(ekkor, 1 db fog kimaradni, más elrendezésben más darab), és persze próbálkozhatunk a magunk kitalálta különböző formák kirakásával is...



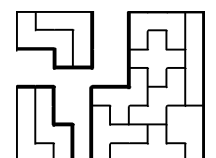
Hamarosan bejuthatunk a feladványkészítők táborába... Nem lesz könnyű újabb, még sehol sem közölt feladványhoz jutni, mert sok-sok elme "agyál" ezeken immár félszázéve. Az "amatőrök találta" kincsekből két csemege:

= a "lyukas 5x13-asok"

P.J. Slate: Rakjuk ki úgy az  $5 \times 13$ -ast, hogy az üres rész közepre kerüljön és alakja egyezzen meg egy kiválasztott pentominó alakjával!



= a "kétféle kétszeresek" H. Brueggemann: 2-2 db pentominóból rakjuk ki ugyanazt az alakzatot, majd maradó 8 db pentominóból alakítsuk ki az előzőek kétszeresét!



### A pentominókról többet, magyarul:

Vargha Balázs: Játékoktól (Minerva, 1967) Martin Gardner: Poliminók -ford.: Török Judit- (Természettudományi Közlöny 127. évf. 6. füzet)